ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРИЧНИ СТРУКТУРИ 1
специалност ИНФОРМАЦИОННИ СИСНЕМИ, I курс
29 януари 2007
Вариант А

Задача 1. В тримерното векторно пространство V са зададени подпространствата $U = l(a_1, a_2, a_3)$ и $W = l(b_1, b_2, b_3)$, където $a_1 = (1, 2, 1)$, $a_2 = (1, 1, -1)$, $a_3 = (1, 3, 3)$, $b_1 = (2, 3, -1)$, $b_2 = (1, 2, 2)$, $b_3 = (1, 1, -3)$. Да се намерят размерностите на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Дадени са полиномите $f_1(x) = 2x - 1$, $f_2(x) = 4x^2 + 2$ и $f_3 = x^3 - 1$ и комплексните числа $\alpha_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, $\alpha_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$. Да се пресметне детерминантата от ред 4:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & f_1(i) & f_2(i) & f_3(i) \\ 1 & f_1(\alpha_1) & f_2(\alpha_1) & f_3(\alpha_1) \\ 1 & f_1(\alpha_2) & f_2(\alpha_2) & f_3(\alpha_2) \\ 1 & f_1(-i) & f_2(-i) & f_3(-i) \end{vmatrix}.$$

Задача 3. а) Да се намери полином с рационални коефициенти $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \in Q[x]$, който при делене с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = 3x + 1$ и за корените му x_1, x_2, x_3 е изпълнено $\frac{1}{x_1.x_2} + \frac{1}{x_2.x_3} + \frac{1}{x_3.x_1} = -2$.
б) Да се докаже, че $F = Z_5[x]/(x^3 + 2x^2 - 2)$ е поле и да се определи колко елемента има F.

Задача 4. Намерете цифрите x и y така, че шестцифреното число $\overline{4x92y6}$ да се дели на 56.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРИЧНИ СТРУКТУРИ 1
специалност ИНФОРМАЦИОННИ СИСНЕМИ, I курс
29 януари 2007
Вариант В

Задача 1. В тримерното векторно пространство V са зададени подпространствата $U = l(a_1, a_2, a_3)$ и $W = l(b_1, b_2, b_3)$, където $a_1 = (2, 3, 0)$, $a_2 = (-1, 1, 5)$, $a_3 = (-1, -1, 1)$, $b_1 = (1, 0, -8)$, $b_2 = (3, 4, -4)$, $b_3 = (-1, -2, -2)$. Да се намерят размерностите на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Дадени са полиномите $f_1(x) = 3x + 2$, $f_2(x) = 2x^2 + 7$ и $f_3 = x^3 + 1$ и комплексните числа $\alpha_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, $\alpha_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$. Да се пресметне детерминантата от ред 4:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & f_1(i) & f_2(i) & f_3(i) \\ 1 & f_1(\alpha_1) & f_2(\alpha_1) & f_3(\alpha_1) \\ 1 & f_1(\alpha_2) & f_2(\alpha_2) & f_3(\alpha_2) \\ 1 & f_1(-i) & f_2(-i) & f_3(-i) \end{vmatrix}.$$

Задача 3. а) Да се намери полином с рационални коефициенти $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \in Q[x]$, който при делене с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = -2x + 5$ и за корените му x_1, x_2, x_3 е изпълнено $\frac{1}{x_1.x_2} + \frac{1}{x_2.x_3} + \frac{1}{x_3.x_1} = 4$.
б) Да се докаже, че $F = Z_5[x]/(x^3 + 3x^2 - 1)$ е поле и да се определи колко елемента има F.

Задача 4. Намерете цифрите x и y така, че шестцифреното число $\overline{4x87y6}$ да се дели на 56.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРИЧНИ СТРУКТУРИ 1
специалност ИНФОРМАЦИОННИ СИСНЕМИ, I курс
29 януари 2007
Вариант А

Задача 1. В тримерното векторно пространство V са зададени подпространствата $U = l(a_1, a_2, a_3)$ и $W = l(b_1, b_2, b_3)$, където $a_1 = (1, 2, 1)$, $a_2 = (1, 1, -1)$, $a_3 = (1, 3, 3)$, $b_1 = (2, 3, -1)$, $b_2 = (1, 2, 2)$, $b_3 = (1, 1, -3)$. Да се намерят размерностите на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Дадени са полиномите $f_1(x) = 2x - 1$, $f_2(x) = 4x^2 + 2$ и $f_3 = x^3 - 1$ и комплексните числа $\alpha_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, $\alpha_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$. Да се пресметне детерминантата от ред 4:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & f_1(i) & f_2(i) & f_3(i) \\ 1 & f_1(\alpha_1) & f_2(\alpha_1) & f_3(\alpha_1) \\ 1 & f_1(\alpha_2) & f_2(\alpha_2) & f_3(\alpha_2) \\ 1 & f_1(-i) & f_2(-i) & f_3(-i) \end{vmatrix}.$$

Задача 3. а) Да се намери полином с рационални коефициенти $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \in Q[x]$, който при делене с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = 3x + 1$ и за корените му x_1, x_2, x_3 е изпълнено $\frac{1}{x_1.x_2} + \frac{1}{x_2.x_3} + \frac{1}{x_3.x_1} = -2$.
б) Да се докаже, че $F = Z_5[x]/(x^3 + 2x^2 - 2)$ е поле и да се определи колко елемента има F.

Задача 4. Намерете цифрите x и y така, че шестцифреното число $\overline{4x92y6}$ да се дели на 56.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРИЧНИ СТРУКТУРИ 1
специалност ИНФОРМАЦИОННИ СИСНЕМИ, I курс
29 януари 2007
Вариант В

Задача 1. В тримерното векторно пространство V са зададени подпространствата $U = l(a_1, a_2, a_3)$ и $W = l(b_1, b_2, b_3)$, където $a_1 = (2, 3, 0)$, $a_2 = (-1, 1, 5)$, $a_3 = (-1, -1, 1)$, $b_1 = (1, 0, -8)$, $b_2 = (3, 4, -4)$, $b_3 = (-1, -2, -2)$. Да се намерят размерностите на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Дадени са полиномите $f_1(x) = 3x + 2$, $f_2(x) = 2x^2 + 7$ и $f_3 = x^3 + 1$ и комплексните числа $\alpha_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, $\alpha_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$. Да се пресметне детерминантата от ред 4:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & f_1(i) & f_2(i) & f_3(i) \\ 1 & f_1(\alpha_1) & f_2(\alpha_1) & f_3(\alpha_1) \\ 1 & f_1(\alpha_2) & f_2(\alpha_2) & f_3(\alpha_2) \\ 1 & f_1(-i) & f_2(-i) & f_3(-i) \end{vmatrix}.$$

Задача 3. а) Да се намери полином с рационални коефициенти $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \in Q[x]$, който при делене с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = -2x + 5$ и за корените му x_1, x_2, x_3 е изпълнено $\frac{1}{x_1.x_2} + \frac{1}{x_2.x_3} + \frac{1}{x_3.x_1} = 4$.
б) Да се докаже, че $F = Z_5[x]/(x^3 + 3x^2 - 1)$ е поле и да се определи колко елемента има F.

Задача 4. Намерете цифрите x и y така, че шестцифреното число $\overline{4x87y6}$ да се дели на 56.