

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА  
специалност Математика и Информатика  
Вариант 1, 27 януари 2011г.

Име:
Факултетен №

**Задача 1.** (1 точка) Да се пресметне рангът на системата вектори

$$a_1 = (1, -1, 2, 3), \quad a_2 = (2, 1, -1, 1), \\ a_3 = (1, 1, -2, 1), \quad a_4 = (3, -2, 5, 6) \in \mathbb{R}^4$$

и да се намери максимална линейно независима подсистема на  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

**Задача 2.** (1 точка) Линейният оператор  $\psi : \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^4$  е зададен по правилото

$$\psi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + x_4e_4) = \\ = (x_1 - 3x_2 - 3x_3 - x_4)e_1 + (-2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4)e_2 + \\ + (-x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4)e_3 + (3x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 3x_4)e_4$$

спрямо базиса  $e_1, \dots, e_4$  на  $\mathbb{Q}^4$ . Да се намери базис на ядрото  $\ker \psi$  на  $\psi$  и да се пресметне ранга  $\text{rk} \psi$  на  $\psi$ .

**Задача 3.** (2 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство  $V$  линейният оператор  $\varphi : V \rightarrow V$  има матрица

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -6 & 0 \\ -6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на  $V$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази матрица  $D$ .

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА  
специалност Математика и Информатика  
Вариант 3, 27 януари 2011г.

Име:
Факултетен №

**Задача 1.** (1 точка) Да се пресметне рангът на системата вектори

$$a_1 = (1, 2, -1, -1), \quad a_2 = (3, -1, 1, 1), \\ a_3 = (1, 1, -1, 1), \quad a_4 = (4, 2, 0, -2) \in \mathbb{R}^4$$

и да се намери максимална линейно независима подсистема на  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

**Задача 2.** (1 точка) Линейният оператор  $\psi : \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^4$  е зададен по правилото

$$\psi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + x_4e_4) = \\ = (-x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4)e_1 + (3x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4)e_2 + \\ + (2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4)e_3 + (4x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 4x_4)e_4$$

спрямо базиса  $e_1, \dots, e_4$  на  $\mathbb{Q}^4$ . Да се намери базис на ядрото  $\ker \psi$  на  $\psi$  и да се пресметне ранга  $\text{rk} \psi$  на  $\psi$ .

**Задача 3.** (2 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство  $V$  линейният оператор  $\varphi : V \rightarrow V$  има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & -6 \\ 0 & -6 & -3 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на  $V$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази матрица  $D$ .

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА  
специалност Математика и Информатика  
Вариант 2, 27 януари 2011г.

Име:
Факултетен №

**Задача 1.** (1 точка) Да се пресметне рангът на системата вектори

$$a_1 = (1, 2, -1, 1), \quad a_2 = (1, -1, -1, 3), \\ a_3 = (2, 1, -1, -1), \quad a_4 = (-3, 3, 2, -4) \in \mathbb{R}^4$$

и да се намери максимална линейно независима подсистема на  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

**Задача 2.** (1 точка) Линейният оператор  $\psi : \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^4$  е зададен по правилото

$$\psi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + x_4e_4) = \\ = (x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4)e_1 + (2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4)e_2 + \\ + (x_1 - x_2 - x_3 - x_4)e_3 + (3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4)e_4$$

спрямо базиса  $e_1, \dots, e_4$  на  $\mathbb{Q}^4$ . Да се намери базис на ядрото  $\ker \psi$  на  $\psi$  и да се пресметне ранга  $\text{rk} \psi$  на  $\psi$ .

**Задача 3.** (2 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство  $V$  линейният оператор  $\varphi : V \rightarrow V$  има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 0 & -3 & -6 \\ 6 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на  $V$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази матрица  $D$ .

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА  
специалност Математика и Информатика  
Вариант 4, 27 януари 2011г.

Име:
Факултетен №

**Задача 1.** (1 точка) Да се пресметне рангът на системата вектори

$$a_1 = (1, -1, -1, -2), \quad a_2 = (2, 0, 1, -1), \\ a_3 = (1, 3, -1, 1), \quad a_4 = (3, -5, 0, -6) \in \mathbb{R}^4$$

и да се намери максимална линейно независима подсистема на  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

**Задача 2.** (1 точка) Линейният оператор  $\psi : \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^4$  е зададен по правилото

$$\psi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + x_4e_4) = \\ = (-x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4)e_1 + (2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4)e_2 + \\ + (x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4)e_3 + (3x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 3x_4)e_4$$

спрямо базиса  $e_1, \dots, e_4$  на  $\mathbb{Q}^4$ . Да се намери базис на ядрото  $\ker \psi$  на  $\psi$  и да се пресметне ранга  $\text{rk} \psi$  на  $\psi$ .

**Задача 3.** (2 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство  $V$  линейният оператор  $\varphi : V \rightarrow V$  има матрица

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 6 \\ -6 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на  $V$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази матрица  $D$ .