ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

задочно обучение, I курс, 2009-2010 уч.г.,

специалност Математика и Информатика

Вариант 1, 14 ноември 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) Да се пресметне детерминантата

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 9 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. (1 точка) Спрямо някакъв базис на линейното пространство $\mathbb{Q}^4$, линейният оператор $\psi : \mathbb{Q}^4 \to \mathbb{Q}^4$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят базиси на ядрото $\mathrm{Ker}\psi$ и образа $\mathrm{Im}\psi$ на ψ.

Задача 3. (2 точки) Симетричният оператор $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ в евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$ действа по правилото

$$\varphi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = (2x_1 + x_2 + x_3)e_1 + \\ +(x_1 + 2x_2 + x_3)e_2 + (x_1 + x_2 + 2x_3)e_3$$

спрямо ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$. Да се намери ортонормиран базис v_1, v_2, v_3 на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на φ е диагонална, както и тази диагонална матрица D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

задочно обучение, I курс, 2009-2010 уч.г.,

специалност Математика и Информатика

Вариант 2, 14 ноември 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) Да се пресметне детерминантата

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 9 & 10 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. (1 точка) Спрямо някакъв базис на линейното пространство $\mathbb{Q}^4$, линейният оператор $\psi : \mathbb{Q}^4 \to \mathbb{Q}^4$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят базиси на ядрото $\mathrm{Ker}\psi$ и образа $\mathrm{Im}\psi$ на ψ.

Задача 3. (2 точки) Симетричният оператор $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ в евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$ действа по правилото

$$\varphi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = (x_1 + 2x_2 + 2x_3)e_1 + \\ +(2x_1 + x_2 + 2x_3)e_2 + (2x_1 + 2x_2 + x_3)e_3$$

спрямо ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$. Да се намери ортонормиран базис v_1, v_2, v_3 на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на φ е диагонална, както и тази диагонална матрица D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

задочно обучение, I курс, 2009-2010 уч.г.,

специалност Математика и Информатика

Вариант 3, 14 ноември 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) За $a \neq 1$ да се пресметне детерминантата

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ a & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a^2 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a^8 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ a^9 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. (1 точка) Спрямо някакъв базис на линейното пространство $\mathbb{Q}^4$, линейният оператор $\psi : \mathbb{Q}^4 \to \mathbb{Q}^4$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят базиси на ядрото $\mathrm{Ker}\psi$ и образа $\mathrm{Im}\psi$ на ψ.

Задача 3. (2 точки) Симетричният оператор $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ в евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$ действа по правилото

$$\varphi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = (2x_1 + 3x_2 + 3x_3)e_1 + \\ +(3x_1 + 2x_2 + 3x_3)e_2 + (3x_1 + 3x_2 + 2x_3)e_3$$

спрямо ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$. Да се намери ортонормиран базис v_1, v_2, v_3 на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на φ е диагонална, както и тази диагонална матрица D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

задочно обучение, I курс, 2009-2010 уч.г.,

специалност Математика и Информатика

Вариант 4, 14 ноември 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) За $a \neq 1$ да се пресметне детерминантата

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & \dots & a^8 & a^9 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. (1 точка) Спрямо някакъв базис на линейното пространство $\mathbb{Q}^4$, линейният оператор $\psi : \mathbb{Q}^4 \to \mathbb{Q}^4$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят базиси на ядрото $\mathrm{Ker}\psi$ и образа $\mathrm{Im}\psi$ на ψ.

Задача 3. (2 точки) Симетричният оператор $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ в евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$ действа по правилото

$$\varphi(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = (3x_1 + 2x_2 + 2x_3)e_1 + \\ +(2x_1 + 3x_2 + 2x_3)e_2 + (2x_1 + 2x_2 + 3x_3)e_3$$

спрямо ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$. Да се намери ортонормиран базис v_1, v_2, v_3 на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на φ е диагонална, както и тази диагонална матрица D.