| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
16.02.2013 г.

**Задача 1.** Да се реши матричното уравнение

$$X\begin{pmatrix}0 & 5 & -1\\ 1 & 1 & -1\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 11 & -7\\ 2 & 12 & -4\\ 3 & 16 & 8\end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека $\mathbf{a_1}=(3,1,5,4)$, $\mathbf{a_2}=(12,-7,4,11)$, $\mathbf{a_3}=(2,-3,-2,1)$ и $\mathbf{v}=(8,-1,\lambda+6,\lambda+7)$ $(\lambda\in\mathbb{Q})$ са вектори от линейното пространство $\mathbb{Q}^4$ над полето на рационалните числа $\mathbb{Q}$. Да се определи за кои стойности на параметъра $\lambda$ векторът $\mathbf{v}$ може да се представи по повече от един начин като линейна комбинация на векторите $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ и $\mathbf{a_3}$. Да се намерят две различни такива представяния.

**Задача 3.** В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ над полето на реалните числа са дадени векторите $\mathbf{a_1}=(1,2,3,4),\mathbf{a_2}=(4,3,2,1)$ и $\mathbf{a_3}=(3,1,-1,-3)$. Нека $\mathbb{U}=\ell(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\mathbf{a_3})$, а $\mathbb{V}$ е пространството от решения на хомогенната система

$$\left|\begin{aligned}x_1-x_2+x_3-x_4=0\\ x_1-x_2-x_3+x_4=0\end{aligned}\right..$$

Да се намерят базиси на $\mathbb{U}$, $\mathbb{V}$, $\mathbb{U}+\mathbb{V}$ и на $\mathbb{U}\cap\mathbb{V}$.

**Задача 4.** В евклидовото пространство $\mathbb{V}$ с базис $\mathbf{e_1},\mathbf{e_2}$ и $\mathbf{e_3}$ е зададено изображението $\mathcal{A}$ от $\mathbb{V}$ във $\mathbb{V}$:

$$\mathcal{A}(\xi_1\mathbf{e_1}+\xi_2\mathbf{e_2}+\xi_3\mathbf{e_3})=(-3\xi_1+2\xi_2+3\xi_3)\mathbf{e_1}+ \\ +(2\xi_1+6\xi_3)\mathbf{e_2}+(3\xi_1+6\xi_2+5\xi_3)\mathbf{e_3}.$$

Да се намери ортонормиран базис, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална, както и матрицата му в този базис.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **2** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
16.02.2013 г.

**Задача 1.** Да се реши матричното уравнение

$$X\begin{pmatrix}1 & 4 & -1\\ 1 & 0 & -1\\ -1 & 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 4 & -7\\ 4 & 8 & -4\\ 0 & 4 & -8\end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека $\mathbf{a_1}=(3,1,5,4)$, $\mathbf{a_2}=(12,-7,4,11)$, $\mathbf{a_3}=(2,-3,-2,1)$ и $\mathbf{v}=(1,-7,\lambda-12,\lambda-5)$ $(\lambda\in\mathbb{Q})$ са вектори от линейното пространство $\mathbb{Q}^4$ над полето на рационалните числа $\mathbb{Q}$. Да се определи за кои стойности на параметъра $\lambda$ векторът $\mathbf{v}$ може да се представи по повече от един начин като линейна комбинация на векторите $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ и $\mathbf{a_3}$. Да се намерят две различни такива представяния.

**Задача 3.** В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ над полето на реалните числа са дадени векторите $\mathbf{a_1}=(2,1,3,4),\mathbf{a_2}=(3,4,2,1)$ и $\mathbf{a_3}=(1,3,-1,-3)$. Нека $\mathbb{U}=\ell(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\mathbf{a_3})$, а $\mathbb{V}$ е пространството от решения на хомогенната система

$$\left|\begin{aligned}-x_1+x_2+x_3-x_4=0\\ -x_1+x_2-x_3+x_4=0\end{aligned}\right..$$

Да се намерят базиси на $\mathbb{U}$, $\mathbb{V}$, $\mathbb{U}+\mathbb{V}$ и на $\mathbb{U}\cap\mathbb{V}$.

**Задача 4.** В евклидовото пространство $\mathbb{V}$ с базис $\mathbf{e_1},\mathbf{e_2}$ и $\mathbf{e_3}$ е зададено изображението $\mathcal{A}$ от $\mathbb{V}$ във $\mathbb{V}$:

$$\mathcal{A}(\xi_1\mathbf{e_1}+\xi_2\mathbf{e_2}+\xi_3\mathbf{e_3})=(-3\xi_1+3\xi_2+2\xi_3)\mathbf{e_1}+ \\ +(3\xi_1+5\xi_2+6\xi_3)\mathbf{e_2}+(2\xi_1+6\xi_2)\mathbf{e_3}.$$

Да се намери ортонормиран базис, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална, както и матрицата му в този базис.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **3** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
16.02.2013 г.

**Задача 1.** Да се реши матричното уравнение

$$X\begin{pmatrix}1 & -4 & -1\\ 2 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}13 & 2 & -7\\ 6 & -6 & -4\\ 3 & -1 & 0\end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека $\mathbf{a_1} = (3, 1, 5, 4)$, $\mathbf{a_2} = (12, -7, 4, 11)$, $\mathbf{a_3} = (2, -3, -2, 1)$ и $\mathbf{v} = (-5, 2, \lambda - 8, \lambda - 10)$ $(\lambda \in \mathbb{Q})$ са вектори от линейното пространство $\mathbb{Q}^4$ над полето на рационалните числа $\mathbb{Q}$. Да се определи за кои стойности на параметъра $\lambda$ векторът $\mathbf{v}$ може да се представи по повече от един начин като линейна комбинация на векторите $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ и $\mathbf{a_3}$. Да се намерят две различни такива представяния.

**Задача 3.** В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ над полето на реалните числа са дадени векторите $\mathbf{a_1} = (3, 2, 1, 4), \mathbf{a_2} = (2, 3, 4, 1)$ и $\mathbf{a_3} = (-1, 1, 3, -3)$. Нека $\mathbb{U} = \ell(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \mathbf{a_3})$, а $\mathbb{V}$ е пространството от решения на хомогенната система

$$\left|\begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0\\ -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0\end{array}\right. .$$

Да се намерят базиси на $\mathbb{U}$, $\mathbb{V}$, $\mathbb{U} + \mathbb{V}$ и на $\mathbb{U} \cap \mathbb{V}$.

**Задача 4.** В евклидовото пространство $\mathbb{V}$ с базис $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}$ и $\mathbf{e_3}$ е зададено изображението $\mathcal{A}$ от $\mathbb{V}$ във $\mathbb{V}$:

$$\mathcal{A}(\xi_1\mathbf{e_1} + \xi_2\mathbf{e_2} + \xi_3\mathbf{e_3}) = (-\xi_1 + 4\xi_2 + 3\xi_3)\mathbf{e_1} + \\ + (4\xi_1 + 14\xi_2 + 12\xi_3)\mathbf{e_2} + (3\xi_1 + 12\xi_2 + 7\xi_3)\mathbf{e_3}.$$

Да се намери ортонормиран базис, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална, както и матрицата му в този базис.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **4** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
16.02.2013 г.

**Задача 1.** Да се реши матричното уравнение

$$X\begin{pmatrix}5 & -1 & -1\\ -2 & -1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7 & -7 & -7\\ 6 & -4 & -4\\ -5 & -4 & 0\end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека $\mathbf{a_1} = (3, 1, 5, 4)$, $\mathbf{a_2} = (12, -7, 4, 11)$, $\mathbf{a_3} = (2, -3, -2, 1)$ и $\mathbf{v} = (-4, 6, \lambda - 3, \lambda - 9)$ $(\lambda \in \mathbb{Q})$ са вектори от линейното пространство $\mathbb{Q}^4$ над полето на рационалните числа $\mathbb{Q}$. Да се определи за кои стойности на параметъра $\lambda$ векторът $\mathbf{v}$ може да се представи по повече от един начин като линейна комбинация на векторите $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ и $\mathbf{a_3}$. Да се намерят две различни такива представяния.

**Задача 3.** В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ над полето на реалните числа са дадени векторите $\mathbf{a_1} = (4, 2, 3, 1), \mathbf{a_2} = (1, 3, 2, 4)$ и $\mathbf{a_3} = (-3, 1, -1, 3)$. Нека $\mathbb{U} = \ell(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \mathbf{a_3})$, а $\mathbb{V}$ е пространството от решения на хомогенната система

$$\left|\begin{array}{l} -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0\\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0\end{array}\right. .$$

Да се намерят базиси на $\mathbb{U}$, $\mathbb{V}$, $\mathbb{U} + \mathbb{V}$ и на $\mathbb{U} \cap \mathbb{V}$.

**Задача 4.** В евклидовото пространство $\mathbb{V}$ с базис $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}$ и $\mathbf{e_3}$ е зададено изображението $\mathcal{A}$ от $\mathbb{V}$ във $\mathbb{V}$:

$$\mathcal{A}(\xi_1\mathbf{e_1} + \xi_2\mathbf{e_2} + \xi_3\mathbf{e_3}) = (-2\xi_1 + 2\xi_2 + 4\xi_3)\mathbf{e_1} + \\ + (2\xi_1 + \xi_2 + 8\xi_3)\mathbf{e_2} + (4\xi_1 + 8\xi_2 + 13\xi_3)\mathbf{e_3}.$$

Да се намери ортонормиран базис, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална, както и матрицата му в този базис.