ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. Математика и Математика&Информатика
3.02.2000 г.

Задача 1. Да се пресметне детерминантата:

$$\begin{vmatrix} a_1 & x & x & \dots & x & x \\ x & a_2 & x & \dots & x & x \\ x & x & a_3 & \dots & x & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x & x & x & \dots & a_{n-1} & x \\ x & x & x & \dots & x & a_n \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Да се реши матричното уравнение $XA = B$, където

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Нека $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$, $\boldsymbol{e_4}$ е базис на $\mathbb{V}$ и линейният оператор $\varphi \in \operatorname{Hom} \mathbb{V}$ има матрица:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

в този базис. Да се намерят базиси на подпространствата $\operatorname{Ker} \varphi$, $\operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi \cap \operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi + \operatorname{Im} \varphi$.

Задача 4. Нека $\mathbb{V} = M_n(F)$ и S е множеството от всички симетричните матрици ($A^t = A$), а T — множеството от всички антисиметричните матрици ($A^t = -A$). Да се докаже, че:

а) S и T са подпространства на $\mathbb{V}$;

б) $\mathbb{V} = S \oplus T$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. Математика и Математика&Информатика
3.02.2000 г.

Задача 1. Да се пресметне детерминантата:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & \dots & x & x \\ 1 & x & 0 & \dots & x & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x & x & \dots & 0 & x \\ 1 & x & x & \dots & x & 0 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Да се реши матричното уравнение $XA = B$, където

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Нека $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$, $\boldsymbol{e_4}$ е базис на $\mathbb{V}$ и линейният оператор $\varphi \in \operatorname{Hom} \mathbb{V}$ има матрица:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

в този базис. Да се намерят базиси на подпространствата $\operatorname{Ker} \varphi$, $\operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi \cap \operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi + \operatorname{Im} \varphi$.

Задача 4. Нека $\mathbb{V} = M_n(F)$ и S е множеството от всички симетричните матрици ($A^t = A$), а T — множеството от всички антисиметричните матрици ($A^t = -A$). Да се докаже, че:

а) S и T са подпространства на $\mathbb{V}$;

б) $\mathbb{V} = S \oplus T$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. Математика и Математика&Информатика
3.02.2000 г.

Задача 1. Да се пресметне детерминантата:

$$\begin{vmatrix} a_1 & x & x & \dots & x & x \\ x & a_2 & x & \dots & x & x \\ x & x & a_3 & \dots & x & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x & x & x & \dots & a_{n-1} & x \\ x & x & x & \dots & x & a_n \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Да се реши матричното уравнение $XA = B$, където

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Нека $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$, $\boldsymbol{e_4}$ е базис на $\mathbb{V}$ и линейният оператор $\varphi \in \operatorname{Hom} \mathbb{V}$ има матрица:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

в този базис. Да се намерят базиси на подпространствата $\operatorname{Ker} \varphi$, $\operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi \cap \operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi + \operatorname{Im} \varphi$.

Задача 4. Нека $\mathbb{V} = M_n(F)$ и S е множеството от всички симетричните матрици ($A^t = A$), а T — множеството от всички антисиметричните матрици ($A^t = -A$). Да се докаже, че:

а) S и T са подпространства на $\mathbb{V}$;

б) $\mathbb{V} = S \oplus T$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. Математика и Математика&Информатика
3.02.2000 г.

Задача 1. Да се пресметне детерминантата:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & \dots & x & x \\ 1 & x & 0 & \dots & x & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x & x & \dots & 0 & x \\ 1 & x & x & \dots & x & 0 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Да се реши матричното уравнение $XA = B$, където

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Нека $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$, $\boldsymbol{e_4}$ е базис на $\mathbb{V}$ и линейният оператор $\varphi \in \operatorname{Hom} \mathbb{V}$ има матрица:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

в този базис. Да се намерят базиси на подпространствата $\operatorname{Ker} \varphi$, $\operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi \cap \operatorname{Im} \varphi$, $\operatorname{Ker} \varphi + \operatorname{Im} \varphi$.

Задача 4. Нека $\mathbb{V} = M_n(F)$ и S е множеството от всички симетричните матрици ($A^t = A$), а T — множеството от всички антисиметричните матрици ($A^t = -A$). Да се докаже, че:

а) S и T са подпространства на $\mathbb{V}$;

б) $\mathbb{V} = S \oplus T$.