ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 1, 10 февруари 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) За кои стойности на параметъра λ векторите

$$a_1 = (-1, 1, 2), \quad a_2 = (1, 3, 4), \quad a_3 = (-9, \lambda, 6)$$

са линейно независими?

Задача 2. (1.5 точки) Линейното изображение $\psi : U \to V$ трансформира базиса e_1, e_2, e_3 на U във векторите

$$\psi(e_1) = f_1 + f_2, \quad \psi(e_2) = f_1 - 2f_2, \quad \psi(e_3) = 3f_1 + f_2,$$

за някакъв базис f_1, f_2 на V. Да се намерят:
(а)(0.5 точки) матрицата $B \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса

$$e_1' = e_1 + 2e_2 + e_3, \quad e_2' = -e_1 + e_2, \quad e_3' = e_1 + e_2 + e_3$$

на U и базиса f_1, f_2 на V;
(б)(0.5 точки) матрицата $C \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса e_1', e_2', e_3' на U и базиса $f_1' = 5f_1 + 4f_2$, $f_2' = 4f_1 + 3f_2$ на V;
(в)(0.5 точки) координатите на вектора $\psi(5e_1 - e_2 - e_3)$ спрямо базиса f_1, f_2.

Задача 3. (1.5 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, операторът $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$, в който φ има диагонална матрица D, както и матрицата D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 2, 10 февруари 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) За кои стойности на параметъра λ векторите

$$a_1 = (1, -1, 2), \quad a_2 = (2, 1, 3), \quad a_3 = (2, 7, \lambda)$$

са линейно независими?

Задача 2. (1.5 точки) Линейното изображение $\psi : U \to V$ трансформира базиса e_1, e_2, e_3 на U във векторите

$$\psi(e_1) = f_1 - 2f_2, \quad \psi(e_2) = -f_1 + f_2, \quad \psi(e_3) = 3f_1 + f_2,$$

за някакъв базис f_1, f_2 на V. Да се намерят:
(а)(0.5 точки) матрицата $B \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса

$$e_1' = e_1 + 3e_2 - e_3, \quad e_2' = 2e_1 + e_2 - 3e_3, \quad e_3' = -e_1 + e_2 + 2e_3$$

на U и базиса f_1, f_2 на V;
(б)(0.5 точки) матрицата $C \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса e_1', e_2', e_3' на U и базиса $f_1' = 3f_1 + 2f_2$, $f_2' = 5f_1 + 3f_2$ на V;
(в)(0.5 точки) координатите на вектора $\psi(2e_1 + 4e_2 + e_3)$ спрямо базиса f_1, f_2.

Задача 3. (1.5 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, операторът $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$, в който φ има диагонална матрица D, както и матрицата D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 3, 10 февруари 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) За кои стойности на параметъра λ векторите

$$a_1 = (1, 1, -1), \quad a_2 = (2, 1, 1), \quad a_3 = (2, \lambda, 1)$$

са линейно независими?

Задача 2. (1.5 точки) Линейното изображение $\psi : U \to V$ трансформира базиса e_1, e_2, e_3 на U във векторите

$$\psi(e_1) = f_1 + 3f_2, \quad \psi(e_2) = 2f_1 - f_2, \quad \psi(e_3) = -f_1 + f_2,$$

за някакъв базис f_1, f_2 на V. Да се намерят:
(а)(0.5 точки) матрицата $B \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса

$$e_1' = e_1 + e_2 - 2e_3, \quad e_2' = e_1 - e_2 + e_3, \quad e_3' = -2e_1 + e_2 - e_3$$

на U и базиса f_1, f_2 на V;
(б)(0.5 точки) матрицата $C \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса e_1', e_2', e_3' на U и базиса $f_1' = 4f_1 + 3f_2$, $f_2' = 7f_1 + 5f_2$ на V;
(в)(0.5 точки) координатите на вектора $\psi(e_1 + 2e_2 + e_3)$ спрямо базиса f_1, f_2.

Задача 3. (1.5 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, операторът $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$, в който φ има диагонална матрица D, както и матрицата D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 4, 10 февруари 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) За кои стойности на параметъра λ векторите

$$a_1 = (1, 1, 2), \quad a_2 = (-1, 2, 1), \quad a_3 = (-8, \lambda, -7)$$

са линейно независими?

Задача 2. (1.5 точки) Линейното изображение $\psi : U \to V$ трансформира базиса e_1, e_2, e_3 на U във векторите

$$\psi(e_1) = f_1 + 2f_2, \quad \psi(e_2) = -f_1 + f_2, \quad \psi(e_3) = 2f_1 + f_2,$$

за някакъв базис f_1, f_2 на V. Да се намерят:
(а)(0.5 точки) матрицата $B \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса

$$e_1' = e_1 + 2e_2 + 2e_3, \quad e_2' = e_1 + e_2 + e_3, \quad e_3' = -e_1 + e_2 + 2e_3$$

на U и базиса f_1, f_2 на V;
(б)(0.5 точки) матрицата $C \in \mathbb{R}_{2\times 3}$ на ψ спрямо базиса e_1', e_2', e_3' на U и базиса $f_1' = 2f_1 + 5f_2$, $f_2' = 3f_1 + 7f_2$ на V;
(в)(0.5 точки) координатите на вектора $\psi(2e_1 - 3e_2 - 2e_3)$ спрямо базиса f_1, f_2.

Задача 3. (1.5 точки) Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, операторът $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 5 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 на $\mathbb{R}^3$, в който φ има диагонална матрица D, както и матрицата D.