ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

спец. Математика и Информатика, I курс, задочно обучение

13.11.2010 г.

Име: ... ...

Ф.№:

Задача 1. Да се реши матричното уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Да се намери рангът на матрицата $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ в зависимост от стойностите на параметъра λ, където

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Нека $\mathbb{U}$ и $\mathbb{W}$ са подпространства на $\mathbb{R}^4$, като $\mathbb{U} = l(a_1, a_2, a_3)$, където

$$a_1 = (1, 0, 3, -1), \quad a_2 = (1, -1, 1, 1), \quad a_3 = (1, 1, 5, -3),$$

а $\mathbb{W}$ е пространството от решения на хомогенната система

$$\left| \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0. \end{array} \right.$$

Да се намерят базиси на $\mathbb{U}$, $\mathbb{W}$, $\mathbb{U} + \mathbb{W}$ и $\mathbb{U} \cap \mathbb{W}$;

Задача 4. Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$ е зададен линеен оператор $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ с матрица

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 2 & -5 & 2 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на φ е диагонална, както и тази матрица D.