Примерни въпроси за втори тест — задачи

Въпрос 1. Относно ортонормирана координатна система намерете общото уравнение на права през точката $M(1,2)$ и успоредна на вектора $\overrightarrow{q}(3,7)$.

Въпрос 2. Относно ортонормирана координатна система намерете общото уравнение на права през точките $M_1(3,4)$ и $M_2(7,0)$.

Въпрос 3. Какво е взаимното положение на правите:
а) $l_1 : 2x+3=0$ и $l_2 : 3y+5=0$; б) $l_1 : 2x+y-7=0$ и $l_2 : 4x+2y-15=0$;
в) $l_1 : 2x-3=0$ и $l_2 : 6x+3y-9=0$.

Въпрос 4. Намерете пресечната точка на правите $g_1 : 7x-y+3=0$ и $g_2 : x+2y+9=0$.

Въпрос 5. Какъв е векторът $\overrightarrow{q}(-1,2)$ спрямо правата $2x+y+5=0$ в ортонормирана координатна система.

Въпрос 6. Какъв е векторът $\overrightarrow{n}(2,1)$ спрямо правата $2x+y+3=0$ в ортонормирана координатна система.

Въпрос 7. Намерете косинуса на ъгъла между правите $3x-4y+2=0$ и $3x+4y-5=0$ в ортонормирана координатна система.

Въпрос 8. Намерете разстоянието от точката $M(2,-3)$ до правата $l : 4x+7y-5=0$.

Въпрос 9. Напишете уравнението на равнина α през точка $M(1,2,3)$ и перпендикулярна на вектора $\overrightarrow{n}(2,-1,0)$.

Въпрос 10. Напишете уравнението на равнина α през точка $M(0,-1,2)$ и успоредна на векторите $\overrightarrow{q_1}(1,2,0)$ и $\overrightarrow{q_2}(-1,1,4)$.

Въпрос 11. Напишете уравнението на равнина α през точките $M_1(1,2,3)$, $M_2(0,-1,2)$ и $M_3(4,0,2)$.

Въпрос 12. Намерете разстоянието от точката $M(0,2,3)$ до равнината $\alpha : x-2y+3=0$.

Въпрос 13. Какво е взаимното положение на равнините:
а) $\alpha_1 : 2x-3y+z-3=0$ и $\alpha_2 : 6x-9y+3z-9=0$;
б) $\alpha_1 : x-7y+2z-3=0$ и $\alpha_2 : 2x-14y+4z+10=0$;
в) $\alpha_1 : 2x-3z=0$ и $\alpha_2 : x-y+2z+2=0$.

Въпрос 14. Напишете нормалния вектор на равнината $\alpha : 7x-3y+z-2=0$.

Въпрос 15. Напишете скаларно параметричните уравнения на права през точка $M(-1,2,0)$ и успоредна на вектор $\overrightarrow{q}(2,3,7)$.

Въпрос 16. Напишете скаларно параметричните уравнения на права през точки $M_1(2,1,3)$ и $M_2(-1,1,4)$.

Въпрос 17. Какви са правите:
а) $l_1 : \left| \begin{array}{l} x=3t \\ y=2t-1 \\ z=2 \end{array} \right.$ и $l_2 : \left| \begin{array}{l} x=7\mu \\ y=\mu+2 \\ z=2\mu-1 \end{array} \right.$; б) $l_1 : \left| \begin{array}{l} x=t-1 \\ y=2t+3 \\ z=-t-1 \end{array} \right.$ и $l_2 : \left| \begin{array}{l} x=2\mu-10 \\ y=4\mu \\ z=-2\mu+3 \end{array} \right.$.

Въпрос 18. Намерете пресечната точка на правите $l_1 : \left| \begin{array}{l} x=t+1 \\ y=3t \\ z=2t-2 \end{array} \right.$ и $l_2 : \left| \begin{array}{l} x=2\mu \\ y=\mu+2 \\ z=\mu-1 \end{array} \right.$.

Въпрос 19. Намерете скаларно параметричните уравнения на права перпендикулярна на равнина $\alpha : 2x - 7y + z + 2 = 0$ и минаваща през точка $M(1, 2, -1)$.

Въпрос 20. Напишете общото уравнение на равнина α перпендикулярна на права $l : \left| \begin{array}{l} x = 2t - 3 \\ y = t + 1 \\ z = 6t \end{array} \right.$ и минаваща през точка $M(2, 4, 3)$.

Въпрос 21. Намерете разстоянието от точка $M(4, 0, -1)$ до равнина $\alpha : 3x - 4y + 3 = 0$.

Въпрос 22. Намерете пресечната точка на правата $l : \left| \begin{array}{l} x = 2\mu \\ y = 3\mu - 1 \\ z = -\mu + 3 \end{array} \right.$ и равнина $\alpha : 3x + 2y - z - 8 = 0$.

Въпрос 23. Какво задава уравнението $\alpha : 2x - 3y + 7 = 0$:
а) в равнината; б) в пространството.

Въпрос 24. Напишете формулите на Виет за корените на полинома:
а) $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 2x - 1$; б) $f(x) = x^4 - x^2 + 3x - 4$.

Въпрос 25. Кой е остатъкът при делението на полинома $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3$ с полинома $g(x) = x^2 + 1$:
а) $x^2 + 2$; б) $x^3 + 3x$; в) $-2x - 2$.

Въпрос 26. Нека φ е линеен оператор, такъв че $\varphi(a) = 2e_1$ и $\varphi(2b) = 4e_2$. Намерете $\varphi(3a - b)$.

Въпрос 27. Нека φ е линеен оператор такъв, че $\varphi(e_1) = 3e_1 - 2e_2$ и $\varphi(e_2) = e_1 - 3e_2$. Напишете матрицата на оператора φ в базиса e_1, e_2 и намерете $\varphi(3e_1 - 4e_2)$.

Въпрос 28. Линейният оператор φ е зададен с матрицата $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ в базиса e_1, e_2, e_3. Намерете дефекта и ранга на оператора φ. Принадлежи векторът $\overrightarrow{v} = 3e_3$ на ядрото на φ? А векторът $\overrightarrow{v'} = 3e_1$?

Въпрос 29. Линейният оператор φ е зададен с матрицата $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ в базиса e_1, e_2, e_3. Кои от векторите e_1, e_2 и e_3 са собствени за оператора φ и за коя собствена стойност?

Въпрос 30. Ако φ е линеен оператор и $\varphi(a) = 3a$ и $\varphi(b) = 6b$, то a и b са:
а) колинеарни; б) линейно независими; в) не може да се каже.

Въпрос 31. Нека $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $f(x) = 2x^{100} + x$. Пресметнете $f(A)$.

Въпрос 32. Кои от следните матрици са ортогонални:
а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Въпрос 33. Какво задава уравнението в равнината (пространството):
а) $4x^2 - 3y^2 = 5$; б) $3x^2 + 7y^2 = 1$; в) $x^2 = 2y$; г) $x^2 - 3y^2 = 0$.

Въпрос 34. Намерете фокусите и ексцентрицитета на кривите:
а) $\dfrac{x^2}{10} + y^2 = 1$; б) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

Въпрос 35. Напишете уравнението на допирателната в точката към кривата:
а) $(3, 1)$ и $\dfrac{x^2}{12} + \dfrac{y^2}{4} = 1$; б) $(4, 1)$ и $\dfrac{x^2}{12} - \dfrac{y^2}{3} = 1$.