

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

спец. Математика и Информатика, I курс, задочно обучение

09.04.2011 г.

Име:

Ф.№:

Задача 1. Да се намери полином

$$f(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x], \quad pq < 0,$$

който при деление с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = -2x + q$ и за корените му е налице зависимостта:

$$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2} + \frac{1}{x_2^2 + x_3^2} + \frac{1}{x_3^2 + x_1^2} = 1.$$

Задача 2.

а) Да се докаже, че полинома

$$f = x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 6x + 5 \in \mathbb{Z}[x]$$

е неразложим над всяко от полетата \mathbb{Z}_2 и \mathbb{Q} ;

б) Да се покаже, че $\mathbb{Z}_2[x]/(x^5 + x^3 + \bar{1})$ е поле и определете броя на елементите му.

Задача 3. Да се формулира определението за група. Да се напишат примери за абелева, некомутативна, крайна и безкрайна групи.

Задача 4. Да се формулира теорема на Лагранж.

Задача 5. Защо можем да твърдим, че всяка група със седем елемента е абелева? Циклична ли е тази група?

Задача 6. Да се напишат следните определения:

а) на пръстен; б) на поле; в) на характеристика на поле.

Задача 7. Да се напишат примери за:

а) комутативен пръстен с единица;

б) поле с характеристика нула;

б) поле с характеристика 17.

Задача 8. Кои са простите полета (с точност до изоморфизъм)?

Задача 9. Да се напише определение за идеал на комутативен пръстен R и да се даде пример на идеал в пръстена \mathbb{Z} .

Задача 10. $Z_{10} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$.

а) Група ли е Z_{10} относно събиране?

б) Група ли е Z_{10} относно умножение?

в) Кои са делителите на нулата в Z_{10} ?

г) Поле ли е Z_{10} ?