

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

спец. Математика и Информатика, I курс, задочно обучение

25.06.2011 г.

Име:

Ф.№:

Задача 1. Нека $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ са корените на уравнението $x^3 + px + q = 0$. Да се изрази чрез p и q симетричният полином на $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 2\alpha_1^5 + 2\alpha_2^5 + 2\alpha_3^5 + \alpha_1^3\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2^3 + \alpha_1^3\alpha_3 + \alpha_1\alpha_3^3 + \alpha_2^3\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3^3.$$

Задача 2.

а) Да се докаже, че полинома

$$f = x^5 + 11x^3 + 8x^2 + 4x + 7 \in \mathbb{Z}[x]$$

е неразложим над всяко от полетата \mathbb{Z}_2 и \mathbb{Q} ;

б) Да се покаже, че $\mathbb{Z}_2[x]/(x^5 + x^3 + \bar{1})$ е поле и да се определи броя на елементите му.

Задача 3. Да се формулира определението за група. Да се напишат примери за абелева, неабелева, крайна и безкрайна групи.

Задача 4. Да се формулира теорема на Даламбер.

Задача 5. Защо можем да твърдим, че всяка група със тринадесет елемента е абелева? Циклична ли е тази група?

Задача 6. Да се напишат следните определения:

а) на пръстен; б) на поле; в) на характеристика на поле.

Задача 7. Да се напишат примери за:

а) некомутативен пръстен с единица;

б) поле с характеристика нула;

б) поле с характеристика 19.

Задача 8. Кои са простите полета (с точност до изоморфизъм)?

Задача 9. Да се напише определение за идеал на комутативен пръстен R и да се даде пример на идеал в пръстена \mathbb{Z} .

Задача 10. $Z_{14} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}\}$.

а) Група ли е Z_{14} относно събиране?

б) Група ли е Z_{14} относно умножение?

в) Кои са делителите на нулата в Z_{14} ?

г) Поле ли е Z_{14} ?