вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
02.07.2009 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се пресметне стойността на симетричната дроб

$$F = \frac{x_1^2x_2^2}{(x_2+x_3-x_1)(x_1+x_3-x_2)} + \frac{x_2^2x_3^2}{(x_1+x_3-x_2)(x_1+x_2-x_3)} + \frac{x_3^2x_1^2}{(x_1+x_2-x_3)(x_2+x_3-x_1)}.$$

Задача 2. Да се докаже, че полиномът

$$f = x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 6x + 5$$

е неразложим над всяко от полетата $\mathbb{Z}_2$ и $\mathbb{Q}$.

Задача 3. Нека R е пръстенът

$$R = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

и нека I е главният идеал, породен от $3 + 2\sqrt{3}$ в пръстена R.

а) Да се докаже, че $I = \{a + b\sqrt{3} \in R \mid a \equiv 0 \pmod 3\}$.

б) Да се докаже, че $R/I \cong \mathbb{Z}_3$.

Задача 4. Нека G е нециклична група от ред 10.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 5.

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^5 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
02.07.2009 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + x - 2 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се пресметне стойността на симетричната дроб

$$F = \frac{x_1x_2}{(x_2x_3+1)(x_1x_3+1)} + \frac{x_2x_3}{(x_1x_3+1)(x_1x_2+1)} + \frac{x_3x_1}{(x_1x_2+1)(x_2x_3+1)}.$$

Задача 2. Да се докаже, че полиномът

$$f = x^5 + 7x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 6x + 5$$

е неразложим над всяко от полетата $\mathbb{Z}_2$ и $\mathbb{Q}$.

Задача 3. Нека R е пръстенът

$$R = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

и нека I е главният идеал, породен от $5 + 2\sqrt{5}$ в пръстена R.

а) Да се докаже, че $I = \{a + b\sqrt{5} \in R \mid a \equiv 0 \pmod 5\}$.

б) Да се докаже, че $R/I \cong \mathbb{Z}_5$.

Задача 4. Нека G е нециклична група от ред 14.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 7.

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^7 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
02.07.2009 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 - x + 2 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се пресметне стойността на симетричната дроб

$$F = \frac{x_1x_2}{(x_2x_3+1)(x_1x_3+1)} + \frac{x_2x_3}{(x_1x_3+1)(x_1x_2+1)} + \frac{x_3x_1}{(x_1x_2+1)(x_2x_3+1)}.$$

Задача 2. Да се докаже, че полиномът

$$f = x^5 + 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 7x + 5$$

е неразложим над всяко от полетата $\mathbb{Z}_2$ и $\mathbb{Q}$.

Задача 3. Нека R е пръстенът

$$R = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

и нека I е главният идеал, породен от $-3 + 2\sqrt{3}$ в пръстена R.

а) Да се докаже, че $I = \{a + b\sqrt{3} \in R \mid a \equiv 0 \pmod 3\}$.

б) Да се докаже, че $R/I \cong \mathbb{Z}_3$.

Задача 4. Нека G е нециклична група от ред 10.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 5.

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^5 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
02.07.2009 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се пресметне стойността на симетричната дроб

$$F = \frac{x_1^2x_2^2}{(x_2+x_3-x_1)(x_1+x_3-x_2)} + \frac{x_2^2x_3^2}{(x_1+x_3-x_2)(x_1+x_2-x_3)} + \frac{x_3^2x_1^2}{(x_1+x_2-x_3)(x_2+x_3-x_1)}.$$

Задача 2. Да се докаже, че полиномът

$$f = x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 5x^2 + 2x + 5$$

е неразложим над всяко от полетата $\mathbb{Z}_2$ и $\mathbb{Q}$.

Задача 3. Нека R е пръстенът

$$R = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

и нека I е главният идеал, породен от $-5 + 2\sqrt{5}$ в пръстена R.

а) Да се докаже, че $I = \{a + b\sqrt{5} \in R \mid a \equiv 0 \pmod 5\}$.

б) Да се докаже, че $R/I \cong \mathbb{Z}_5$.

Задача 4. Нека G е нециклична група от ред 14.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 7.

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^7 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.