вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 10.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 5;

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^5 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

Задача 2. Нека p е просто число и нека

$$R = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z},\ (m,n) = 1,\ p \nmid n \right\},$$
$$M = \left\{ \frac{m}{n} \in R \mid\ p \mid m \right\}.$$

а) Да се докаже, че R е пръстен с единица и M е идеал на R;

б) Да се намерят обратимите елементи на R и да се докаже, че всеки собствен идеал на R (т.е. различен от R) се съдържа в M;

в) Да се докаже, че $R/M \cong \mathbb{Z}_p$.

Задача 3. Даден е полиномът $f(x) = x^4 + 4x^3 + 5x - 1 \in \mathbb{Q}[x]$.

а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$;

б) Да се пресметне резултантата $R(f,g)$ на полиномите $f(x)$ и $g(x) = x^3 - 1$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 14.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 7;

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^7 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

Задача 2. Нека q е просто число и нека

$$R = \left\{ \frac{k}{s} \mid k, s \in \mathbb{Z},\ (k,s) = 1,\ q \nmid s \right\},$$
$$M = \left\{ \frac{k}{s} \in R \mid\ q \mid k \right\}.$$

а) Да се докаже, че R е пръстен с единица и M е идеал на R;

б) Да се намерят обратимите елементи на R и да се докаже, че всеки собствен идеал на R (т.е. различен от R) се съдържа в M;

в) Да се докаже, че $R/M \cong \mathbb{Z}_q$.

Задача 3. Даден е полиномът $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$.

а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$;

б) Да се пресметне дискриминантата на полинома $f(x)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 10.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 5;

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^5 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

Задача 2. Нека p е просто число и нека

$$R = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z},\ (m,n) = 1,\ p \nmid n \right\},$$
$$M = \left\{ \frac{m}{n} \in R \mid\ p \mid m \right\}.$$

а) Да се докаже, че R е пръстен с единица и M е идеал на R;

б) Да се намерят обратимите елементи на R и да се докаже, че всеки собствен идеал на R (т.е. различен от R) се съдържа в M;

в) Да се докаже, че $R/M \cong \mathbb{Z}_p$.

Задача 3. Даден е полиномът $f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x - 1 \in \mathbb{Q}[x]$.

а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$;

б) Да се пресметне резултантата $R(f,g)$ на полиномите $f(x)$ и $g(x) = x^3 - 1$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 14.

а) Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и елементи от ред 7;

б) Да се докаже, че множеството $M = \{x \in G \mid x^7 = 1\}$ е нормална подгрупа на G.

Задача 2. Нека q е просто число и нека

$$R = \left\{ \frac{k}{s} \mid k, s \in \mathbb{Z},\ (k,s) = 1,\ q \nmid s \right\},$$
$$M = \left\{ \frac{k}{s} \in R \mid\ q \mid k \right\}.$$

а) Да се докаже, че R е пръстен с единица и M е идеал на R;

б) Да се намерят обратимите елементи на R и да се докаже, че всеки собствен идеал на R (т.е. различен от R) се съдържа в M;

в) Да се докаже, че $R/M \cong \mathbb{Z}_q$.

Задача 3. Даден е полиномът $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$.

а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$;

б) Да се пресметне дискриминантата на полинома $f(x)$.