вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I Поток
27.06.2007 г.

Задача 1. Нека G е множеството от матрици:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_{22},\ a \text{ е обратим елемент в } \mathbb{Z}_{22} \right\}.$$

а) Да се докаже, че G е група, относно операцията умножение на матрици;

б) Да се докаже, че множеството

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} \overline{1} & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_{22} \right\}$$

е нормална подгрупа на G;

в) Да се докаже, че $G/H \cong \mathbb{C}_{10}$.

Задача 2. Нека R е област и всеки идеал на R е главен.

Казваме, че един идеал P на R е прост идеал на R, ако от $a, b \in R$ и $ab \in P$ следва $a \in P$ или $b \in P$. Във всяка област нулевият идеал е прост.

Казваме, че един идеал M на R е максимален идеал на R, ако (i) $M \neq R$; (ii) ако $I \trianglelefteq R$ и $M \subseteq I \subseteq R$, то $I = M$ или $I = R$.

Да се докаже, че всеки ненулев прост идеал на R е максимален.

Задача 3. Нека $g(x) = x^{2m} - 2x^n + 1 \in \mathbb{C}[x]$, $m, n \in \mathbb{N}$. За кои m и n полиномът $(x^2 + x + 1)^2$ дели $g(x)$?

Задача 4. Намерете полином

$$f(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x], \quad pq < 0,$$

който при деление с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = -2x + q$ и за корените му е налице зависимостта:

$$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2} + \frac{1}{x_2^2 + x_3^2} + \frac{1}{x_3^2 + x_1^2} = 1.$$

Всяка задача се оценява с 10 точки.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I Поток
27.06.2007 г.

Задача 1. Нека G е множеството от матрици:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_{26},\ a \text{ е обратим елемент в } \mathbb{Z}_{26} \right\}.$$

а) Да се докаже, че G е група, относно операцията умножение на матрици;

б) Да се докаже, че множеството

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} \overline{1} & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_{26} \right\}$$

е нормална подгрупа на G;

в) Да се докаже, че $G/H \cong \mathbb{C}_{12}$.

Задача 2. Нека R е област и всеки идеал на R е главен.

Казваме, че един идеал P на R е прост идеал на R, ако от $a, b \in R$ и $ab \in P$ следва $a \in P$ или $b \in P$. Във всяка област нулевият идеал е прост.

Казваме, че един идеал M на R е максимален идеал на R, ако (i) $M \neq R$; (ii) ако $I \trianglelefteq R$ и $M \subseteq I \subseteq R$, то $I = M$ или $I = R$.

Да се докаже, че всеки ненулев прост идеал на R е максимален.

Задача 3. Нека $g(x) = x^{2m} + 2x^n + 1 \in \mathbb{C}[x]$, $m, n \in \mathbb{N}$. За кои m и n полиномът $(x^2 + 1)^2$ дели $g(x)$?

Задача 4. Намерете полином

$$f(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x], \quad pq < 0,$$

който при деление с $x^2 + 1$ дава остатък $r(x) = -6x + q$ и за корените му е налице зависимостта:

$$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2} + \frac{1}{x_2^2 + x_3^2} + \frac{1}{x_3^2 + x_1^2} = 5.$$

Всяка задача се оценява с 10 точки.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I Поток
27.06.2007 г.

Задача 1. Нека G е множеството от матрици:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_{34},\ a \text{ е обратим елемент в } \mathbb{Z}_{34} \right\}.$$

а) Да се докаже, че G е група, относно операцията умножение на матрици;

б) Да се докаже, че множеството

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} \overline{1} & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_{34} \right\}$$

е нормална подгрупа на G;

в) Да се докаже, че $G/H \cong \mathbb{C}_{16}$.

Задача 2. Нека R е област и всеки идеал на R е главен.

Казваме, че един идеал P на R е прост идеал на R, ако от $a, b \in R$ и $ab \in P$ следва $a \in P$ или $b \in P$. Във всяка област нулевият идеал е прост.

Казваме, че един идеал M на R е максимален идеал на R, ако (i) $M \neq R$; (ii) ако $I \trianglelefteq R$ и $M \subseteq I \subseteq R$, то $I = M$ или $I = R$.

Да се докаже, че всеки ненулев прост идеал на R е максимален.

Задача 3. Нека $g(x) = x^{2m} + 2x^n + 1 \in \mathbb{C}[x]$, $m, n \in \mathbb{N}$. За кои m и n полиномът $(x^2 - x + 1)^2$ дели $g(x)$?

Задача 4. Намерете полином

$$f(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x], \quad pq < 0,$$

който при деление с $x^2 + 1$ дава остатък $r(x) = -4x + q$ и за корените му е налице зависимостта:

$$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2} + \frac{1}{x_2^2 + x_3^2} + \frac{1}{x_3^2 + x_1^2} = 1.$$

Всяка задача се оценява с 10 точки.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I Поток
27.06.2007 г.

Задача 1. Нека G е множеството от матрици:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_{38},\ a \text{ е обратим елемент в } \mathbb{Z}_{38} \right\}.$$

а) Да се докаже, че G е група, относно операцията умножение на матрици;

б) Да се докаже, че множеството

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} \overline{1} & b \\ \overline{0} & \overline{1} \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_{38} \right\}$$

е нормална подгрупа на G;

в) Да се докаже, че $G/H \cong \mathbb{C}_{18}$.

Задача 2. Нека R е област и всеки идеал на R е главен.

Казваме, че един идеал P на R е прост идеал на R, ако от $a, b \in R$ и $ab \in P$ следва $a \in P$ или $b \in P$. Във всяка област нулевият идеал е прост.

Казваме, че един идеал M на R е максимален идеал на R, ако (i) $M \neq R$; (ii) ако $I \trianglelefteq R$ и $M \subseteq I \subseteq R$, то $I = M$ или $I = R$.

Да се докаже, че всеки ненулев прост идеал на R е максимален.

Задача 3. Нека $g(x) = x^{2m} - 2x^n + 1 \in \mathbb{C}[x]$, $m, n \in \mathbb{N}$. За кои m и n полиномът $(x^2 - x + 1)^2$ дели $g(x)$?

Задача 4. Намерете полином

$$f(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x], \quad pq < 0,$$

който при деление с $x^2 - 1$ дава остатък $r(x) = -4x + q$ и за корените му е налице зависимостта:

$$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2} + \frac{1}{x_2^2 + x_3^2} + \frac{1}{x_3^2 + x_1^2} = 5.$$

Всяка задача се оценява с 10 точки.