вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2008 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + x - 1 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + 1}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 + 1}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 + 1}.$$

Задача 2. Нека p е просто число и нека F е множеството от матрици:

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -2b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_p \right\}.$$

Да се докаже, че:

(а) F е комутативен пръстен с единица относно операциите събиране и умножение на матрици;

(б) F е поле тогава и само тогава, когато $x^2 \neq -2$ за всеки $x \in \mathbb{Z}_p$.

Задача 3. Нека G е крайна група и нека A и B са нормални подгрупи на G, такива че $A \cap B = \{e\}$ и $|G| = |A||B|$. Да се докаже, че:

(а) $ab = ba$ за всички $a \in A$ и $b \in B$;

(б) за всеки $g \in G$ съществуват единствени $a \in A$ и $b \in B$, такива че $g = ab$;

(в) ако A и B са абелеви групи, то G е абелева група.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2008 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 - x - 1 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 - 1}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 - 1}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 - 1}.$$

Задача 2. Нека p е просто число и нека F е множеството от матрици:

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -3b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_p \right\}.$$

Да се докаже, че:

(а) F е комутативен пръстен с единица относно операциите събиране и умножение на матрици;

(б) F е поле тогава и само тогава, когато $x^2 \neq -3$ за всеки $x \in \mathbb{Z}_p$.

Задача 3. Нека G е крайна група и нека A и B са нормални подгрупи на G, такива че $A \cap B = \{e\}$ и $|G| = |A||B|$. Да се докаже, че:

(а) $ab = ba$ за всички $a \in A$ и $b \in B$;

(б) за всеки $g \in G$ съществуват единствени $a \in A$ и $b \in B$, такива че $g = ab$;

(в) ако A и B са абелеви групи, то G е абелева група.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2008 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + x + 1 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + 1}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 + 1}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 + 1}.$$

Задача 2. Нека p е просто число и нека F е множеството от матрици:

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_p \right\}.$$

Да се докаже, че:

(а) F е комутативен пръстен с единица относно операциите събиране и умножение на матрици;

(б) F е поле тогава и само тогава, когато $x^2 \neq 2$ за всеки $x \in \mathbb{Z}_p$.

Задача 3. Нека G е крайна група и нека A и B са нормални подгрупи на G, такива че $A \cap B = \{e\}$ и $|G| = |A||B|$. Да се докаже, че:

(а) $ab = ba$ за всички $a \in A$ и $b \in B$;

(б) за всеки $g \in G$ съществуват единствени $a \in A$ и $b \in B$, такива че $g = ab$;

(в) ако A и B са абелеви групи, то G е абелева група.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, I поток
26.06.2008 г.

Задача 1. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 - x + 1 \in \mathbb{Q}[x].$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 - 1}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 - 1}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 - 1}.$$

Задача 2. Нека p е просто число и нека F е множеството от матрици:

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_p \right\}.$$

Да се докаже, че:

(а) F е комутативен пръстен с единица относно операциите събиране и умножение на матрици;

(б) F е поле тогава и само тогава, когато $x^2 \neq 3$ за всеки $x \in \mathbb{Z}_p$.

Задача 3. Нека G е крайна група и нека A и B са нормални подгрупи на G, такива че $A \cap B = \{e\}$ и $|G| = |A||B|$. Да се докаже, че:

(а) $ab = ba$ за всички $a \in A$ и $b \in B$;

(б) за всеки $g \in G$ съществуват единствени $a \in A$ и $b \in B$, такива че $g = ab$;

(в) ако A и B са абелеви групи, то G е абелева група.