ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика — 2 поток
24.06.2006 г.
Вариант 1

Задача 1. Намерете ортогонална трансформация, която привежда квадратичната форма

$$f = -2x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3$$

в каноничен вид.

Задача 2. Нека α_1, α_2 и α_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q.$$

(*а*) Когато изразите имат смисъл, намерете полином $g(x) \in \mathbb{Q}[x]$, чиито корени са съответно

$$\beta_1 = \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3},\ \beta_2 = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_3},\ \beta_3 = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}\ ;$$

(*б*) Ако $p = \bar{2}$, $q = \bar{1}$, да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Z}_7$.

Задача 3. Нека

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \mathbb{Z}_3 \right\}.$$

(*а*) Докажете, че F е поле;

(*б*) Докажете, че всеки ненулев елемент на F е степен на елемента

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{2} \\ -\bar{2} & \bar{1} \end{pmatrix}.$$

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика — 2 поток
24.06.2006 г.
Вариант 2

Задача 1. Намерете ортогонална трансформация, която привежда квадратичната форма

$$f = -3x_1^2 - 3x_2^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3$$

в каноничен вид.

Задача 2. Нека α_1, α_2 и α_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q.$$

(*а*) Когато изразите имат смисъл, намерете полином $g(x) \in \mathbb{Q}[x]$, чиито корени са съответно

$$\beta_1 = \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_3)^2},\ \beta_2 = \frac{1}{(\alpha_1 - \alpha_3)^2},\ \beta_3 = \frac{1}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}\ ;$$

(*б*) Ако $p = \bar{2}$, $q = \bar{1}$, да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Z}_5$.

Задача 3. Нека

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \mathbb{Z}_3 \right\}.$$

(*а*) Докажете, че F е поле;

(*б*) Докажете, че всеки ненулев елемент на F е степен на елемента

$$\begin{pmatrix} \bar{2} & \bar{2} \\ -\bar{2} & \bar{2} \end{pmatrix}.$$

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика — 2 поток
24.06.2006 г.
Вариант 3

Задача 1. Намерете ортогонална трансформация, която привежда квадратичната форма

$$f = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3$$

в каноничен вид.

Задача 2. Нека α_1, α_2 и α_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q.$$

(*а*) Когато изразите имат смисъл, намерете полином $g(x) \in \mathbb{Q}[x]$, чиито корени са съответно

$$\beta_1 = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3},\ \beta_2 = \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_3},\ \beta_3 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\ ;$$

(*б*) Ако $p = \bar{2}$, $q = \bar{1}$, да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Z}_7$.

Задача 3. Нека

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \mathbb{Z}_3 \right\}.$$

(*а*) Докажете, че F е поле;

(*б*) Докажете, че всеки ненулев елемент на F е степен на елемента

$$\begin{pmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{2} \end{pmatrix}.$$

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика — 2 поток
24.06.2006 г.
Вариант 4

Задача 1. Намерете ортогонална трансформация, която привежда квадратичната форма

$$f = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3$$

в каноничен вид.

Задача 2. Нека α_1, α_2 и α_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q.$$

(*а*) Намерете полином $g(x) \in \mathbb{Q}[x]$, чиито корени са съответно

$$\beta_1 = \alpha_2^3 + \alpha_3^3,\ \beta_2 = \alpha_1^3 + \alpha_3^3,\ \beta_3 = \alpha_1^3 + \alpha_2^3\ ;$$

(*б*) Ако $p = \bar{2}$, $q = \bar{1}$, да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Z}_5$.

Задача 3. Нека

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \mathbb{Z}_3 \right\}.$$

(*а*) Докажете, че F е поле;

(*б*) Докажете, че всеки ненулев елемент на F е степен на елемента

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{1} \end{pmatrix}.$$