вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
28.06.2007 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(e_1) = e_2 + e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_2) = e_1 + e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_3) = e_1 + e_2.$$

Намерете ортонормиран базис на L, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q, \quad f(x) \in \mathbb{Q}[x],\ p \neq 0.$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 - q}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 - q}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 - q}.$$

Задача 3. Нека $G = GL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички обратими 3×3 матрици с реални елементи, $S = SL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички 3×3 матрици с детерминанта 1 и H е множеството на всички скаларни матрици в G. Да се докаже, че:

а) H е нормална подгрупа на G, $H \lhd G$;

б) факторгрупата G/H е изоморфна на групата S, $G/H \cong S$;

в) множеството D на всички диагонални матрици в G е подгрупа на G, но не е нормална подгрупа на G.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
28.06.2007 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(e_1) = 2e_2 + 2e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_2) = 2e_1 + 2e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_3) = 2e_1 + 2e_2.$$

Намерете ортонормиран базис на L, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q, \quad f(x) \in \mathbb{Q}[x],\ p \neq 0.$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 - 2q}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 - 2q}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 - 2q}.$$

Задача 3. Нека $G = GL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички обратими 3×3 матрици с реални елементи, $S = SL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички 3×3 матрици с детерминанта 1 и H е множеството на всички скаларни матрици в G. Да се докаже, че:

а) H е нормална подгрупа на G, $H \lhd G$;

б) факторгрупата G/H е изоморфна на групата S, $G/H \cong S$;

в) множеството D на всички диагонални матрици в G е подгрупа на G, но не е нормална подгрупа на G.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
28.06.2007 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(e_1) = -e_2 - e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_2) = -e_1 - e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_3) = -e_1 - e_2.$$

Намерете ортонормиран базис на L, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q, \quad f(x) \in \mathbb{Q}[x],\ p \neq 0.$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + q}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 + q}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 + q}.$$

Задача 3. Нека $G = GL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички обратими 3×3 матрици с реални елементи, $S = SL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички 3×3 матрици с детерминанта 1 и H е множеството на всички скаларни матрици в G. Да се докаже, че:

а) H е нормална подгрупа на G, $H \lhd G$;

б) факторгрупата G/H е изоморфна на групата S, $G/H \cong S$;

в) множеството D на всички диагонални матрици в G е подгрупа на G, но не е нормална подгрупа на G.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
28.06.2007 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(e_1) = -2e_2 - 2e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_2) = -2e_1 - e_3,$$
$$\mathcal{A}(e_3) = -2e_1 - 2e_2.$$

Намерете ортонормиран базис на L, в който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома

$$f(x) = x^3 + px + q, \quad f(x) \in \mathbb{Q}[x],\ p \neq 0.$$

Да се намери полином $g(y)$ от трета степен с корени

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + 2q}, \quad y_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_3 + 2q}, \quad y_3 = \frac{x_3}{x_1 + x_2 + 2q}.$$

Задача 3. Нека $G = GL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички обратими 3×3 матрици с реални елементи, $S = SL_3(\mathbb{R})$ е групата на всички 3×3 матрици с детерминанта 1 и H е множеството на всички скаларни матрици в G. Да се докаже, че:

а) H е нормална подгрупа на G, $H \lhd G$;

б) факторгрупата G/H е изоморфна на групата S, $G/H \cong S$;

в) множеството D на всички диагонални матрици в G е подгрупа на G, но не е нормална подгрупа на G.