вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
23.06.2008 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с базис a, b, c и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(a) = 2a - b,$$
$$\mathcal{A}(b) = -a + 2b$$

и $a+b+c$ е собствен вектор, отговарящ на собствена стойност 1.
а) Да се намери матрицата на оператора $\mathcal{A}$ в базиса a, b, c. Ако a, b, c е ортонормиран базис, проверете че $\mathcal{A}$ е симетричен оператор.
б) Намерете ортонормиран базис, спрямо който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека $f(x) = x^5 - x^2 - 1 \in \mathbb{C}$ и $x_1, \ldots, x_5$ са корените на f над $\mathbb{C}$. Пресметнете стойността на симетричната функция

$$(2x_1 - x_1^4)(2x_2 - x_2^4)\ldots(2x_5 - x_5^4)\,.$$

Задача 3. Нека ρ и τ са циклите (123) и (12) от симетричната група S_3.
а) Да се докаже, че $<\rho>$ е нормална подгрупа на S_3, но $<\tau>$ не е нормална в S_3;
б) Да се докаже, че множеството

$$H = \{\rho^k \tau^s \,|\, k = 0,\,1,\,2;\ s = 0,\,1\}$$

е подгрупа на S_3;
в) Да се докаже, че $H = S_3$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
23.06.2008 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с базис a, b, c и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(a) = 3a - b,$$
$$\mathcal{A}(b) = -a + 3b$$

и $a+b+c$ е собствен вектор, отговарящ на собствена стойност 2.
а) Да се намери матрицата на оператора $\mathcal{A}$ в базиса a, b, c. Ако a, b, c е ортонормиран базис, проверете че $\mathcal{A}$ е симетричен оператор.
б) Намерете ортонормиран базис, спрямо който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека $f(x) = x^5 - x^2 - 4 \in \mathbb{C}$ и $x_1, \ldots, x_5$ са корените на f над $\mathbb{C}$. Пресметнете стойността на симетричната функция

$$(2x_1 - x_1^4)(2x_2 - x_2^4)\ldots(2x_5 - x_5^4)\,.$$

Задача 3. Нека ρ и τ са циклите (123) и (12) от симетричната група S_3.
а) Да се докаже, че $<\rho>$ е нормална подгрупа на S_3, но $<\tau>$ не е нормална в S_3;
б) Да се докаже, че множеството

$$H = \{\rho^k \tau^s \,|\, k = 0,\,1,\,2;\ s = 0,\,1\}$$

е подгрупа на S_3;
в) Да се докаже, че $H = S_3$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
23.06.2008 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с базис a, b, c и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(a) = -a - b,$$
$$\mathcal{A}(b) = -a - b$$

и $a+b+c$ е собствен вектор, отговарящ на собствена стойност -2.
а) Да се намери матрицата на оператора $\mathcal{A}$ в базиса a, b, c. Ако a, b, c е ортонормиран базис, проверете че $\mathcal{A}$ е симетричен оператор.
б) Намерете ортонормиран базис, спрямо който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека $f(x) = x^5 - x^2 - 1 \in \mathbb{C}$ и $x_1, \ldots, x_5$ са корените на f над $\mathbb{C}$. Пресметнете стойността на симетричната функция

$$(2x_1 - x_1^4)(2x_2 - x_2^4)\ldots(2x_5 - x_5^4)\,.$$

Задача 3. Нека ρ и τ са циклите (123) и (12) от симетричната група S_3.
а) Да се докаже, че $<\rho>$ е нормална подгрупа на S_3, но $<\tau>$ не е нормална в S_3;
б) Да се докаже, че множеството

$$H = \{\rho^k \tau^s \,|\, k = 0,\,1,\,2;\ s = 0,\,1\}$$

е подгрупа на S_3;
в) Да се докаже, че $H = S_3$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Информатика, I курс, II поток
23.06.2008 г.

Задача 1. Нека L е тримерно евклидово пространство с базис a, b, c и $\mathcal{A}$ е линеен оператор в L, такъв че

$$\mathcal{A}(a) = -2a - b,$$
$$\mathcal{A}(b) = -a - 2b$$

и $a+b+c$ е собствен вектор, отговарящ на собствена стойност -3.
а) Да се намери матрицата на оператора $\mathcal{A}$ в базиса a, b, c. Ако a, b, c е ортонормиран базис, проверете че $\mathcal{A}$ е симетричен оператор.
б) Намерете ортонормиран базис, спрямо който матрицата на оператора $\mathcal{A}$ е диагонална.

Задача 2. Нека $f(x) = x^5 - x^2 - 4 \in \mathbb{C}$ и $x_1, \ldots, x_5$ са корените на f над $\mathbb{C}$. Пресметнете стойността на симетричната функция

$$(2x_1 - x_1^4)(2x_2 - x_2^4)\ldots(2x_5 - x_5^4)\,.$$

Задача 3. Нека ρ и τ са циклите (123) и (12) от симетричната група S_3.
а) Да се докаже, че $<\rho>$ е нормална подгрупа на S_3, но $<\tau>$ не е нормална в S_3;
б) Да се докаже, че множеството

$$H = \{\rho^k \tau^s \,|\, k = 0,\,1,\,2;\ s = 0,\,1\}$$

е подгрупа на S_3;
в) Да се докаже, че $H = S_3$.