вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
08.07.2013 г.

Задача 1 (6 т.). Нека $a_k = 131+125k$, $b_k = 217+125k$, $A_k = a_k^2+b_k^2$, $B_k = 131a_k+217b_k$ и $C_k = 131b_k-217a_k$ за произволно цяло число k. Да се докаже, че:

а) (1 т.) $125 \mid A_0$;
б) (2 т.) $125 \mid A_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$;
в) (3 т.) $125 \mid B_k$ и $125 \mid C_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$

Задача 2 (8 т.). Нека $G = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Q}, a \neq 0\}$ и $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{Q}\}$.

а) (2 т.) Да се докаже, че G е група относно операцията $*$, определена по правилото
$$(a_1,b_1)*(a_2,b_2) = (a_1a_2, a_1b_2+b_1).$$
б) (2 т.) Да се определи видът на елементите на множеството
$$Z(G) = \{g \in G \mid gh = hg \text{ за всяко } h \in G\}.$$
в) (1 т.) Да се намери редът на елемента $(-1,b) \in G$, където b е факултетният Ви номер.

г) (3 т.) Да се докаже, че H е нормална подгрупа на G и $G/H \cong \mathbb{Q}^*$.

Задача 3 (8 т.). Да се определи броят на обратимите елементи и на делителите на нулата в пръстена $\mathbb{Z}_{75}$.

Задача 4 (8 т.). Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома x^3+px+q. Да се изрази чрез p и q
$$\frac{x_2x_3+x_1^2}{x_2+x_3-2x_1}+\frac{x_1x_3+x_2^2}{x_1+x_3-2x_2}+\frac{x_1x_2+x_3^2}{x_1+x_2-2x_3}.$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
08.07.2013 г.

Задача 1 (6 т.). Нека $a_k = 132+180k$, $b_k = 216+180k$, $A_k = a_k^2+b_k^2$, $B_k = 132a_k+216b_k$ и $C_k = 132b_k-216a_k$ за произволно цяло число k. Да се докаже, че:

а) (1 т.) $180 \mid A_0$;
б) (2 т.) $180 \mid A_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$;
в) (3 т.) $180 \mid B_k$ и $180 \mid C_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$

Задача 2 (8 т.). Нека $G = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Q}, a \neq 0\}$ и $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{Q}\}$.

а) (2 т.) Да се докаже, че G е група относно операцията $*$, определена по правилото
$$(a_1,b_1)*(a_2,b_2) = (a_1a_2, b_2+b_1a_2).$$
б) (2 т.) Да се определи видът на елементите на множеството
$$Z(G) = \{g \in G \mid gh = hg \text{ за всяко } h \in G\}.$$
в) (1 т.) Да се намери редът на елемента $(-1,b) \in G$, където b е факултетният Ви номер.

г) (3 т.) Да се докаже, че H е нормална подгрупа на G и $G/H \cong \mathbb{Q}^*$.

Задача 3 (8 т.). Да се определи броят на обратимите елементи и на делителите на нулата в пръстена $\mathbb{Z}_{70}$.

Задача 4 (8 т.). Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома x^3+px+q. Да се изрази чрез p и q
$$\frac{x_2x_3+x_1^2}{x_2+x_3-3x_1}+\frac{x_1x_3+x_2^2}{x_1+x_3-3x_2}+\frac{x_1x_2+x_3^2}{x_1+x_2-3x_3}.$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
08.07.2013 г.

Задача 1 (6 т.). Нека $a_k = 134+149$, $b_k = 213+149$, $A_k = a_k^2+b_k^2$, $B_k = 134a_k+213b_k$ и $C_k = 134b_k-213a_k$ за произволно цяло число k. Да се докаже, че:

а) (1 т.) $149 \mid A_0$;
б) (2 т.) $149 \mid A_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$;
в) (3 т.) $149 \mid B_k$ и $149 \mid C_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$

Задача 2 (8 т.). Нека $G = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Q}, a \neq 0\}$ и $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{Q}\}$.

а) (2 т.) Да се докаже, че G е група относно операцията $*$, определена по правилото
$$(a_1,b_1)*(a_2,b_2) = (a_1a_2, a_1b_2+b_1).$$
б) (2 т.) Да се определи видът на елементите на множеството
$$Z(G) = \{g \in G \mid gh = hg \text{ за всяко } h \in G\}.$$
в) (1 т.) Да се намери редът на елемента $(-1,b) \in G$, където b е факултетният Ви номер.

г) (3 т.) Да се докаже, че H е нормална подгрупа на G и $G/H \cong \mathbb{Q}^*$.

Задача 3 (8 т.). Да се определи броят на обратимите елементи и на делителите на нулата в пръстена $\mathbb{Z}_{84}$.

Задача 4 (8 т.). Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома x^3+px+q. Да се изрази чрез p и q
$$\frac{x_2x_3-2x_1^2}{x_2+x_3-2x_1}+\frac{x_1x_3-2x_2^2}{x_1+x_3-2x_2}+\frac{x_1x_2-2x_3^2}{x_1+x_2-2x_3}.$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. ИНФОРМАТИКА
08.07.2013 г.

Задача 1 (6 т.). Нека $a_k = 135+181k$, $b_k = 212+181k$, $A_k = a_k^2+b_k^2$, $B_k = 135a_k+212b_k$ и $C_k = 135b_k-212a_k$ за произволно цяло число k. Да се докаже, че:

а) (1 т.) $181 \mid A_0$;
б) (2 т.) $181 \mid A_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$;
в) (3 т.) $181 \mid B_k$ и $181 \mid C_k$ за всяко $k \in \mathbb{N}$

Задача 2 (8 т.). Нека $G = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Q}, a \neq 0\}$ и $H = \{(1,b) \mid b \in \mathbb{Q}\}$.

а) (2 т.) Да се докаже, че G е група относно операцията $*$, определена по правилото
$$(a_1,b_1)*(a_2,b_2) = (a_1a_2, b_2+b_1a_2).$$
б) (2 т.) Да се определи видът на елементите на множеството
$$Z(G) = \{g \in G \mid gh = hg \text{ за всяко } h \in G\}.$$
в) (1 т.) Да се намери редът на елемента $(-1,b) \in G$, където b е факултетният Ви номер.

г) (3 т.) Да се докаже, че H е нормална подгрупа на G и $G/H \cong \mathbb{Q}^*$.

Задача 3 (8 т.). Да се определи броят на обратимите елементи и на делителите на нулата в пръстена $\mathbb{Z}_{60}$.

Задача 4 (8 т.). Нека x_1, x_2 и x_3 са корените на полинома x^3+px+q. Да се изрази чрез p и q
$$\frac{x_2x_3-3x_1^2}{x_2+x_3-x_1}+\frac{x_1x_3-3x_2^2}{x_1+x_3-x_2}+\frac{x_1x_2-3x_3^2}{x_1+x_2-x_3}.$$