ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

задочно обучение, Вариант 1, 26 юни 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) Даден е полиномът

$$g(x) = x^3 + 3x + 1 = 0$$

с корени x_1, x_2, x_3. Да се пресметне симетричната рационална функция

$$F = \frac{x_2x_3 - x_1^2}{x_2 + x_3 - 2x_1} + \frac{x_3x_1 - x_2^2}{x_3 + x_1 - 2x_2} + \frac{x_1x_2 - x_3^2}{x_1 + x_2 - 2x_3}$$

на x_1, x_2, x_3.

Задача 2. (1.5 точки) Дадена е групата на кватернионите $\mathbb{Q}_8 = \{\pm E_2,\, \pm I,\, \pm J,\, \pm K\}$, където матриците

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\, I = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\, K = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

изпълняват съотношенията

$$I^2 = J^2 = K^2 = -E_2,\, IJ = -JI = K,$$

$$JK = -KJ = I,\, KI = -IK = J.$$

Да се определят цикличните подгрупи на $\mathbb{Q}_8$ и техните индекси.

Задача 3. (1.5 точки) Да се докаже, че множеството

$$\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\}$$

е пръстен относно обичайните операции събиране и умножение на числа, а подмножеството

$$I = \{2a + b\sqrt{2} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$$

е идеал в $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

задочно обучение, Вариант 2, 26 юни 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) Даден е полиномът

$$g(x) = x^3 + 2x + 1 = 0$$

с корени x_1, x_2, x_3. Да се пресметне симетричната рационална функция

$$F = \frac{x_2x_3 - x_1^2}{x_2 + x_3 - 2x_1} + \frac{x_3x_1 - x_2^2}{x_3 + x_1 - 2x_2} + \frac{x_1x_2 - x_3^2}{x_1 + x_2 - 2x_3}$$

на x_1, x_2, x_3.

Задача 2. (1.5 точки) Дадена е групата на кватернионите $\mathbb{Q}_8 = \{\pm E_2,\, \pm I,\, \pm J,\, \pm K\}$, където матриците

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\, I = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\, K = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

изпълняват съотношенията

$$I^2 = J^2 = K^2 = -E_2,\, IJ = -JI = K,$$

$$JK = -KJ = I,\, KI = -IK = J.$$

Да се определят цикличните подгрупи на $\mathbb{Q}_8$ и техните индекси.

Задача 3. (1.5 точки) Да се докаже, че множеството

$$\mathbb{Z}[\sqrt{3}] = \{a + b\sqrt{3} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\}$$

е пръстен относно обичайните операции събиране и умножение на числа, а подмножеството

$$I = \{3a + b\sqrt{3} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{Z}[\sqrt{3}]$$

е идеал в $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

задочно обучение, Вариант 3, 26 юни 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) Даден е полиномът

$$g(x) = x^3 - 3x + 1 = 0$$

с корени x_1, x_2, x_3. Да се пресметне симетричната рационална функция

$$F = \frac{x_2x_3 - x_1^2}{x_2 + x_3 - 2x_1} + \frac{x_3x_1 - x_2^2}{x_3 + x_1 - 2x_2} + \frac{x_1x_2 - x_3^2}{x_1 + x_2 - 2x_3}$$

на x_1, x_2, x_3.

Задача 2. (1.5 точки) Дадена е групата на кватернионите $\mathbb{Q}_8 = \{\pm E_2,\, \pm I,\, \pm J,\, \pm K\}$, където матриците

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\, I = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\, K = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

изпълняват съотношенията

$$I^2 = J^2 = K^2 = -E_2,\, IJ = -JI = K,$$

$$JK = -KJ = I,\, KI = -IK = J.$$

Да се определят цикличните подгрупи на $\mathbb{Q}_8$ и техните индекси.

Задача 3. (1.5 точки) Да се докаже, че множеството

$$\mathbb{Z}[\sqrt{5}] = \{a + b\sqrt{5} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\}$$

е пръстен относно обичайните операции събиране и умножение на числа, а подмножеството

$$I = \{5a + b\sqrt{5} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{Z}[\sqrt{5}]$$

е идеал в $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

задочно обучение, Вариант 4, 26 юни 2010г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1 точка) Даден е полиномът

$$g(x) = x^3 - 2x + 1 = 0$$

с корени x_1, x_2, x_3. Да се пресметне симетричната рационална функция

$$F = \frac{x_2x_3 - x_1^2}{x_2 + x_3 - 2x_1} + \frac{x_3x_1 - x_2^2}{x_3 + x_1 - 2x_2} + \frac{x_1x_2 - x_3^2}{x_1 + x_2 - 2x_3}$$

на x_1, x_2, x_3.

Задача 2. (1.5 точки) Дадена е групата на кватернионите $\mathbb{Q}_8 = \{\pm E_2,\, \pm I,\, \pm J,\, \pm K\}$, където матриците

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\, I = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\, K = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

изпълняват съотношенията

$$I^2 = J^2 = K^2 = -E_2,\, IJ = -JI = K,$$

$$JK = -KJ = I,\, KI = -IK = J.$$

Да се определят цикличните подгрупи на $\mathbb{Q}_8$ и техните индекси.

Задача 3. (1.5 точки) Да се докаже, че множеството

$$\mathbb{Z}[\sqrt{6}] = \{a + b\sqrt{6} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\}$$

е пръстен относно обичайните операции събиране и умножение на числа, а подмножеството

$$I = \{6a + b\sqrt{6} \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{Z}[\sqrt{6}]$$

е идеал в $\mathbb{Z}[\sqrt{6}]$.