ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
специалност Математика и Информатика
Вариант 1, 18 юни 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1.5 точки) Даден е полиномът
$$f(x) = x^4 - x^3 + cx^2 + x - 6 \in \mathbb{Z}[x].$$
(а) (0.75 точки) Да се намери стойността на c, ако корените $x_1, \ldots, x_4$ на $f(x)$ изпълняват равенството
$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0.$$
(б) (0.75 точки) За получената стойност на $c \in \mathbb{Z}$ да се разложи $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ в произведение от неразложими над $\mathbb{Q}$ множители.

Задача 2. (1 точка) В множеството
$$G = \{(a,b,c) \,|\, a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0,\ c \neq 0\}$$
е зададена бинарна операция
$$(a_1,b_1,c_1) \circ (a_2,b_2,c_2) = (a_1a_2, \quad a_1b_2 + b_1c_2, \quad c_1c_2).$$
Да се докаже, че G е група относно тази бинарна операция.

Задача 3. (1.5 точки) Дадено е множеството от матрици
$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \,\middle|\, a,b,c \in \mathbb{Q} \right\}.$$
(а)(0.6 точки) Да се докаже, че R е подпръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2\times 2}$ на 2×2-матриците с елементи от полето $\mathbb{Q}$ на рационалните числа.
(б)(0.6 точки) Да се провери, че изображението
$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$
$$\varphi\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \right) = c$$
е хомоморфизъм на пръстени.
(в)(0.3 точки) Да се намери ядрото $Ker\varphi$ на φ.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
специалност Математика и Информатика
Вариант 2, 18 юни 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1.5 точки) Даден е полиномът
$$f(x) = x^4 - 2x^3 + cx^2 - 5x + 6 \in \mathbb{Z}[x].$$
(а) (0.75 точки) Да се намери стойността на c, ако корените $x_1, \ldots, x_4$ на $f(x)$ изпълняват равенството
$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 0.$$
(б) (0.75 точки) За получената стойност на $c \in \mathbb{Z}$ да се разложи $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ в произведение от неразложими над $\mathbb{Q}$ множители.

Задача 2. (1 точка) В множеството
$$G = \{(a,b,c) \,|\, a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0,\ c \neq 0\}$$
е зададена бинарна операция
$$(a_1,b_1,c_1) \circ (a_2,b_2,c_2) = (a_1a_2, \quad a_1b_2 + b_1c_2, \quad c_1c_2).$$
Да се докаже, че G е група относно тази бинарна операция.

Задача 3. (1.5 точки) Дадено е множеството от матрици
$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \,\middle|\, a,b,c \in \mathbb{Q} \right\}.$$
(а)(0.6 точки) Да се докаже, че R е подпръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2\times 2}$ на 2×2-матриците с елементи от полето $\mathbb{Q}$ на рационалните числа.
(б)(0.6 точки) Да се провери, че изображението
$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$
$$\varphi\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \right) = c$$
е хомоморфизъм на пръстени.
(в)(0.3 точки) Да се намери ядрото $Ker\varphi$ на φ.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
специалност Математика и Информатика
Вариант 3, 18 юни 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1.5 точки) Даден е полиномът
$$f(x) = x^4 + 4x^3 + cx^2 + 5x + 6 \in \mathbb{Z}[x].$$
(а) (0.75 точки) Да се намери стойността на c, ако корените $x_1, \ldots, x_4$ на $f(x)$ изпълняват равенството
$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 0.$$
(б) (0.75 точки) За получената стойност на $c \in \mathbb{Z}$ да се разложи $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ в произведение от неразложими над $\mathbb{Q}$ множители.

Задача 2. (1 точка) В множеството
$$G = \{(a,b,c) \,|\, a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0,\ c \neq 0\}$$
е зададена бинарна операция
$$(a_1,b_1,c_1) \circ (a_2,b_2,c_2) = (a_1a_2, \quad a_1b_2 + b_1c_2, \quad c_1c_2).$$
Да се докаже, че G е група относно тази бинарна операция.

Задача 3. (1.5 точки) Дадено е множеството от матрици
$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \,\middle|\, a,b,c \in \mathbb{Q} \right\}.$$
(а)(0.6 точки) Да се докаже, че R е подпръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2\times 2}$ на 2×2-матриците с елементи от полето $\mathbb{Q}$ на рационалните числа.
(б)(0.6 точки) Да се провери, че изображението
$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$
$$\varphi\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \right) = c$$
е хомоморфизъм на пръстени.
(в)(0.3 точки) Да се намери ядрото $Ker\varphi$ на φ.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
специалност Математика и Информатика
Вариант 4, 18 юни 2009г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. (1.5 точки) Даден е полиномът
$$f(x) = x^4 + 4x^3 + cx^2 - x - 6 \in \mathbb{Z}[x].$$
(а) (0.75 точки) Да се намери стойността на c, ако корените $x_1, \ldots, x_4$ на $f(x)$ изпълняват равенството
$$x_1 + x_2 + x_3 = x_4.$$
(б) (0.75 точки) За получената стойност на $c \in \mathbb{Z}$ да се разложи $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ в произведение от неразложими над $\mathbb{Q}$ множители.

Задача 2. (1 точка) В множеството
$$G = \{(a,b,c) \,|\, a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0,\ c \neq 0\}$$
е зададена бинарна операция
$$(a_1,b_1,c_1) \circ (a_2,b_2,c_2) = (a_1a_2, \quad a_1b_2 + b_1c_2, \quad c_1c_2).$$
Да се докаже, че G е група относно тази бинарна операция.

Задача 3. (1.5 точки) Дадено е множеството от матрици
$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \,\middle|\, a,b,c \in \mathbb{Q} \right\}.$$
(а)(0.6 точки) Да се докаже, че R е подпръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2\times 2}$ на 2×2-матриците с елементи от полето $\mathbb{Q}$ на рационалните числа.
(б)(0.6 точки) Да се провери, че изображението
$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$
$$\varphi\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \right) = c$$
е хомоморфизъм на пръстени.
(в)(0.3 точки) Да се намери ядрото $Ker\varphi$ на φ.