

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА II
специалност Математика
18.02.2004

Задача 1. Да се пресметне резултантата $R(f, g)$ на полиномите f и g , където:

а) $f = x^4 + 7x + 1, g = x^3 - x + 5$;

б) $f = x^n - 1, g = x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1$.

Задача 2. Да се докаже, че полиномът $f \in \mathbb{Q}[x]$ е неразложим над \mathbb{Q} , където:

а) $f = x^p + px^{p-1} + px + 3p + 1, p$ е просто число;

б) $f = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + 1$.

Задача 3. Да се докаже, че групата G има нормална силова подгрупа, ако:

а) $|G| = 12$;

б) $|G| = pqr$, където p, q, r , са различни прости числа.

Задача 4. Нека ζ е примитивен 5-корен на единицата, $f = x^5 - n \in \mathbb{Q}[x]$ и K е полето на разлагане на f над \mathbb{Q} .

а) Да се докаже, че при $n = 1$ елементите $1, \zeta, \zeta^2, \zeta^3$ образуват базис на K над \mathbb{Q} и да се изразят чрез този базис елементите ζ^{2004}, ζ^{-1} и $(\zeta - 1)^{-1}$;

б) Да се намери степента $[K : \mathbb{Q}]$ при $n = 2$.