

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

учебна година: 2009/2010 летен семестър:
(зимен, летен)

наименование на дисциплината: Вариационно смятане
хорариум: 2+0 вид на дисциплината: избираема (задължителна или избираема)
специалност: Математика, Приложна математика, Информатика курс: втори поток:
лектор: проф. дмн Любомир Лилов

1. Кратка анотация на дисциплината

Вариационното смятане е възникнало от задачи, които могат да бъдат описани по следния начин: даден е израз (обикновено определен интеграл), съдържащ неизвестна функция и нейни производни. Искане е тази функция да се определи по такъв начин, че зададеният израз да има екстремална стойност. В курса се излагат класически резултати на вариационното смятане. Извеждат се уравненията на Ойлер и се формулират достатъчни условия за екстремум за основните типове вариационни задачи

2. Предварителни изисквания към студентите (отнася се само за избираемите дисциплини)
3. Форма на проверка на знанията и уменията и начин на формиране на оценката по дисциплината – Устен изпит
4. Тематичен план (конспект) на дисциплината

1. Вариация и нейните свойства.
2. Уравнение на Ойлер. Основна лема на вариационното смятане.
3. Случаи на интегрируемост на уравнението на Ойлер. Функционали от вида

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n) dx .$$

4. Функционали зависещи от производни от по-висок ред. Уравнение на Ойлер-Пуасон.
5. Функционали зависещи от функции на няколко независими променливи. Уравнение на Остроградски.

6. Задача с подвижни граници за функционала $\int_{x_0}^{x_1} f(x, y, y') dx .$

7. Задача с подвижни граници за функционали от вида $\int_{x_0}^{x_1} f(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n) dx .$

8. Задача с подвижни граници за функционали от вида $\int_{x_0}^{x_1} f(x, y, y', y'') dx .$

9. Отражение на екстремали.
10. Пречупване на екстремали.
11. Екстремали с ъглови точки.
12. Смесена задача.
13. Поле от екстремали, условие на Якоби.

14. Функцията $E(x, y, p, y')$, достатъчни условия за слаб и силен екстремум. Условие на Лежандър.
15. Условен екстремум при връзки от вида $\varphi(x, y_1, y_2, \dots, y_n) = 0$.
16. Условен екстремум при връзки от вида $\varphi(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n) = 0$.
17. Изопериметрична задача..
18. Директен метод на Ойлер.
19. Директни методи на Ритц и Канторович.

5. Литература

1. Ахиезер Н.И. Лекции по вариационному исчислению, Москва, 1955
2. Блисс Г.А. Лекции по вариационному исчислению, Москва, 1950