



Утвърдил:

Декан

Дата

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

Факултет по математика и информатика

Специалност: Математика

Магистърска програма:

М	И	М						
---	---	---	--	--	--	--	--	--

Уравнения на математичната физика

Equations of Mathematical Physics and Applications

УЧЕБНА ПРОГРАМА

Дисциплина:

Т	6	2	0
---	---	---	---

Специални функции в математическата физика

Special functions in Mathematical Physics

Преподавател: доц. Мария Каратопраклиева

Асистент:

Учебна заетост	Форма	Хорариум
Аудиторна заетост	Лекции	45
	Семинарни упражнения	15
	Практически упражнения	
Обща аудиторна заетост		60
Извънаудиторна заетост	Реферат	30
	Домашни работи	10
	Доклад/Презентация	
	Учебен проект	
	Самостоятелна работа в библиотека или с Интернет ресурси	35
	Подготовка за изпита	60
Подготовка през семестъра за упражненията	30	
Обща извънаудиторна заетост		165
ОБЩА ЗАЕТОСТ		225
Кредити аудиторна заетост		2
Кредити извънаудиторна заетост		5,5
ОБЩО ЕСТК		7,5

№	Формиране на оценката по дисциплината ¹	% от оценката
1.	Текуща самостоятелна работа / Реферат	30 %
2.	Домашни работи	10%
3.	Контролни работи	
4.	Учебни проекти	
5.		
6.		
7.	Изпит	60 %

Анотация на учебната дисциплина:

Разглеждат се класическите ортогонални полиноми /на Лежандър, Якоби, Лагер, Ермит/, цилиндричните функции /функции на Бесел, Нойман, Ханкел/, сферичните функции, хипергеометричните функции и др. Те имат важни приложения в класическата математическа физика, квантовата механика, теорията на еластичността, теорията на редовете на Фурие, теорията на апроксимациите и др.

Показва се как указаните функции се получават като решения на линейни диференциални уравнения и се изучават някои техни свойства: ортогоналност, рекурентни връзки, различни представяния, нули, графики. Като приложение се развива теорията на редовете на Фурие – Бесел и се решават някои задачи с практическо значение от математическата физика и квантовата механика. Предвидено е визуализиране на част от изучавания материал с прилагане на КАС.

Предварителни изисквания:

Изискват се знания в рамките на задължителните дисциплини по Линейна алгебра, ДИС 1, ДИС 2, Математически анализ 1, Математически анализ 2, Диференциални уравнения, Частни диференциални уравнения /или Уравнения на математическата физика/ от Бакалавърските степени на обучение на различните специалности в ФМИ. Студентите трябва да могат да четат математически текстове на английски или руски език.

Очаквани резултати:

Студентите да изучат основните свойства на някои класове специални функции и ортогонални полиноми. Да придобият представа за приложението на тези функции и полиноми в класическата математическа физика, квантовата механика, в теорията на редовете на Фурие и други раздели на математиката. Да могат да намират решения на задачи за ЧДУ с редове на Фурие по ортогонални системи специални функции. Студентите да придобият умения за подготовка и написване на реферат в академичен стил върху тема от теорията на специалните функции.

¹ В зависимост от спецификата на учебната дисциплина и изискванията на преподавателя е възможно да се добавят необходимите форми, или да се премахнат ненужните.

Учебно съдържание

№	Тема:	Хорариум
1	Теорема за съществуване на ортогонални полиноми за всяка теглова функция. Класически ортогонални полиноми. Основна рекурентна формула. Нули на ортогоналните полиноми. Диференциално уравнение на класическите ортогонални полиноми. Обобщена формула на Родриг. Производяща функция. Полиноми на Якоби. Полиноми на Лежандър.	9 + 3
2.	Диференциално уравнение на цилиндричните функции. Намиране на функциите на Бесел. Функции на Ханкел и на Нойман. Интегрални представяния, аналитично продължение и асимптотика на функциите на Бесел. Рекурентни връзки. Нули на функциите на Бесел.	9 + 2
3	Ортогонални системи с тегло x в интервала $[0, 1]$ от функции на Бесел. Пълнота. Редове на Фурие – Бесел. Достатъчни условия за равномерна сходимост и за почленно диференциране. Развиване на функции в редове на Фурие – Бесел. Изследване на трептенето на кръгла, закрепена по края си мембрана, в общия случай. Задача за разпространение на топлина в тяло с форма на кръгов цилиндър.	7 + 4
4	Присъединени функции на Лежандър. Сферични функции. Свойството ортогоналност и разлагане в ред по сферичните функции. Задача за стационарното разпределение на температурата в кълбо.	8 + 3
5	Хипергеометрично и изродено хипергеометрични уравнения. Намиране на линейно независими частни решения. Формули за диференциране, рекурентни връзки, аналитично продължение. Представяне на различни функции чрез хипергеометричната функция $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$.	4 + 3
6	Полиноми на Ермит. Приложение в квантовата механика. Полиноми на Лагер. Решаване на уравнението на Шрьодингер за централно–симетрично и кулоново поле.	8 + 0

Конспект за изпит

№	Въпрос
1.	Теглова функция. Теорема за съществуване на ортогонални полиноми за всяка теглова функция. Основни системи класически ортогонални полиноми. Критерии за ортогоналност. Рекурентна формула. Нули на ортогоналните полиноми.
2.	Диференциално уравнение на класическите ортогонални полиноми. Обобщена формула на Родриг. Производяща функция.
3.	Полиноми на Лежандър $P_n(z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Ортогоналност. Формула на Родриг. Производяща функция. Рекурентна формула. Уравнение на Лежандър.
4.	Обобщено уравнение на Лежандър. Присъединени функции на Лежандър $P_l^m(z)$, $l = 0, 1, 2, \dots; m = 1, 2, \dots, l$. Ортогоналност. Пълнота в $L_2(-1, 1)$ на системите $P_n(z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ и $P_l^m(z)$, $l = m, m+1, \dots$ за всяко m естествено число.
5.	Полиноми на Ермит. Ортогоналност. Формула на Родриг. Производяща функция. Рекурентна формула. Приложение в квантовата механика.
6	Диференциално уравнение на цилиндричните функции. Намиране на функциите на Бесел от първи род. Рекурентни връзки за функциите на Бесел от първи род.

7	Функции на Бесел от втори род /функции на Нойман/. Основни свойства.
8	Интегрални представяния на Бесел и на Поасон за функциите на Бесел от първи род, аналитично продължение. Функции на Ханкел /функции на Бесел от трети род/.
9	Асимптотика на функциите на Бесел. Нули на функциите на Бесел.
10	Ортогонални системи с тегло x в интервала $[0, 1]$ от функции на Бесел. Редове на Фурие – Бесел. Достатъчни условия за равномерна сходимост и за почленно диференциране.
11	Приложение на функциите на Бесел за изследване на трептенето на кръгла, закрепена по края си мембрана.
12	Решаване на уравнението на Лаплас в сферични координати по метода на Фурие. Сферични функции. Основни свойства.
13	Хипергеометрично уравнение. Изследване на хипергеометричния ред за сходимост. Изродено хипергеометрично уравнение и изроден хипергеометричен ред.
14	Линейно независими решения на хипергеометричното уравнение около нулата в случая, когато γ не е цяло число. Формули за диференциране на $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$. Представяне на функцията $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ чрез интеграл при $Re(\gamma) > Re(\beta) > 0$ и пресмятане на $F(\alpha, \beta, \gamma, 1)$ при $Re(\gamma - \beta - \alpha) > 0$.
15	Решаване на уравнението на Шрьодингер за централно–симетрично и кулоново поле.

Библиография

Основна:

- 1) R. P. Agarwal, D. O'Regan, Ordinary and Partial Differential Equations. With Special Functions, Fourier Series and Boundary Value Problems, Springer, 2009.
- 2) N. Asmar, „Partial Differential Equations and boundary value problems”, Prentice Hall, 2000.
- 3) A. F. Nikiforov, V. B. Uvarov, Special functions of mathematical physics: a unified introduction with applications, Birkhauser, 1988.
- 4) П. К. Суетин, Классические ортогональные многочлены, Москва, 2005.
- 5) Г. П. Толстов, “Ряды Фурье”, Москва, 1980

Допълнителна:

- 1) В. Я. Арсенин, Методы математической физики и специальные функции, Москва, 1974.
- 2) Й. Влахов, Математични методи на физиката, София, 2004.
- 3) Erdelyi (ed.), “Higher transcendent functions”, v. 1 and v. 2, McGRAW-HILL, 1953.
<http://apps.nrbook.com/bateman/Vol1.pdf> <http://apps.nrbook.com/bateman/Vol2.pdf>

Дата: 08.09.2016 г.

Съставил:

/ доц. Мария Каратопраклиева/