Алгоритми за Геометрично Моделиране

Computer Aided Geometric Design

доц. Красимира Влъчкова

СУ „Св. Кл. Охридски", ФМИ

Уводна лекция - съдържание

1. Кратка история на CAGD
2. Криви и повърхнини на Bézier
3. Сплайн криви и повърхнини
4. Subdivision алгоритми

Кратка история на CAGD

Първото исторически доказано използване на кривите в производството е в корабостроенето.

Кратка история на CAGD

Първото исторически доказано използване на кривите в производството е в корабостроенето.

Кадър от филма „Троя", 2004

Кратка история на CAGD...

Чертежи се използват за първи път в Англия през 17 в.

Кратка история на CAGD...

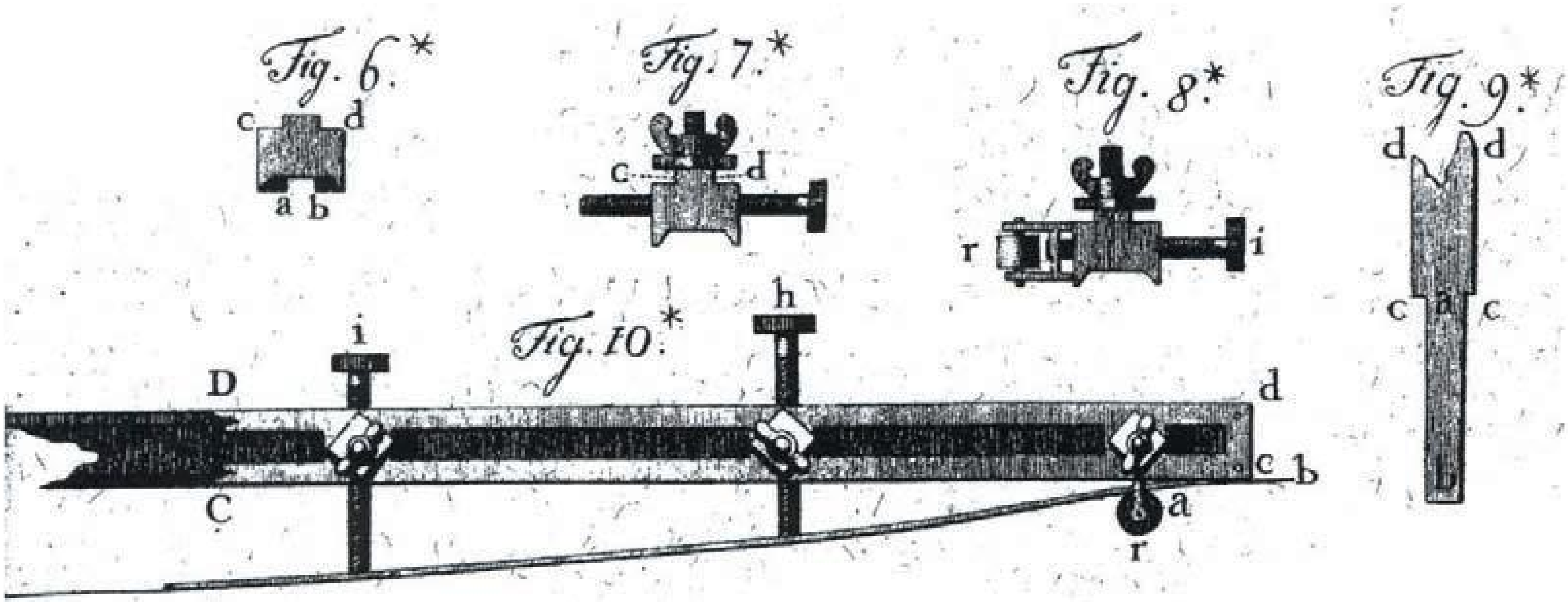
Чертежи се използват за първи път в Англия през 17 в.

Класическият сплайн е тънка еластична дървена пръчка, използвана за чертане на гладки криви.

Кратка история на CAGD...

Чертежи се използват за първи път в Англия през 17 в.

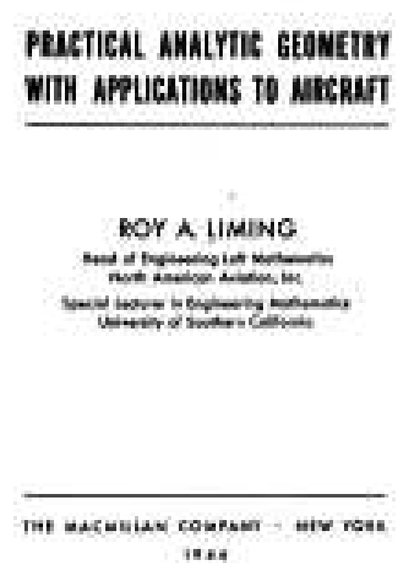
Класическият сплайн е тънка еластична дървена пръчка, използвана за чертане на гладки криви.



Механичен сплайн от началото на 18 век

Начало на автоматизирания геометричен дизайн

- **Roy A. Liming (NAA),** Practical Analytic Geometry with Applications to Aircraft, **1944.**
- **За първи път са комбинирани класически (ръчни) методи за чертаене с изчислителни техники.**
- **Предложен е численметод за запазване на чертежите като таблици от числа.**


PRACTICAL ANALYTIC GEOMETRY
WITH APPLICATIONS TO AIRCRAFT

ROY A. LIMING

THE MACMILLAN COMPANY · NEW YORK

Криви и повърхнини на Bézier

- **Paul de Casteljau** (Citroën, 1959) разработва собствена система за моделиране на криви и повърхнини, в чиято основа е една нова и забележителна идея.
- **Алгоритъм на de Casteljau**, 1971

Paul de Casteljau

Криви и повърхнини на Bézier...

- **Pierre Bézier** (Rénault) **чрез друг подход достига до същия резултат.**

Pierre Bézier

Криви и повърхнини на Bézier...

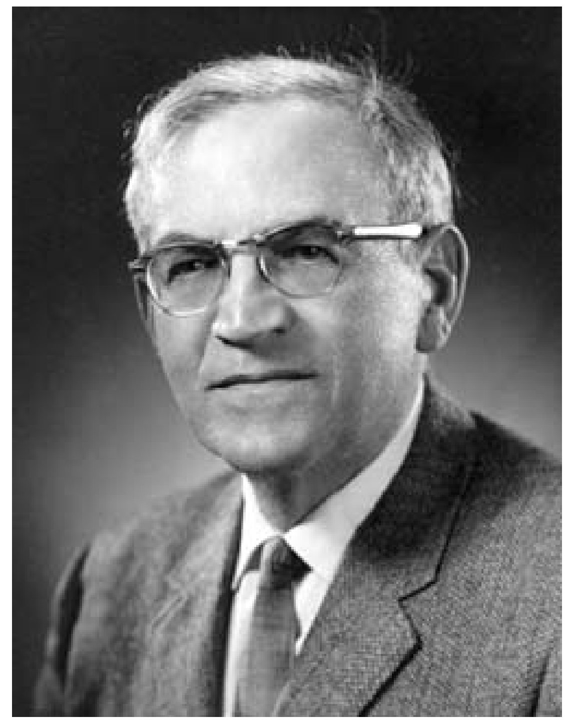
- Кривите на Bézier могат да се изразят посредством полиномите на Бернщейн (A.R. Forrest, Cambridge, Ph.D. Thesis, 1968).
- Поради факта, че работата на de Casteljau никога не е била публикувана, теорията на полиномиалните криви и повърхнини, изразени чрез полиномите на Бернщейн, носи името на Bézier.

Сергей Натанович Бернштейн

B - сплайни

B-сплайните са другият основен апарат за представяне на криви и повърхнини в CAGD.

- **Isaac Schoenberg** се счита за откривател на сплайните.



B - сплайни...

- Carl de Boor (General Motors, 1960) започва да използва B-сплайните като средство за геометрично представяне на обекти.
- Алгоритъм на de Boor - Cox за рекурсивно дефиниране на B-сплайните.
- Gordon и Riesenfeld са доказали, че алгоритъмът на de Boor - Cox е обобщение на алгоритъма на de Casteljau и кривите на Bézier са частен случай на B-сплайните.
- NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) са обобщение на B-сплайните и в момента са стандарт за моделиране на криви и повърхнини в индустрията.

Carl de Boor

Параметрични повърхнини

- **Изучавани са от Гаус и Ойлер. Те са основно средство във всички системи за индустриален дизайн.**

Параметрични повърхнини

- **Изучавани са от Гаус и Ойлер. Те са основно средство във всички системи за индустриален дизайн.**
- **Най-популярни са повърхнини, получавани като тензорно произведение на криви. За пръв път са въведени от de Boor (1962) за случая на бикубична сплайн интерполация.**

Параметрични повърхнини

- Изучавани са от Гаус и Ойлер. Те са основно средство във всички системи за индустриален дизайн.
- Най-популярни са повърхнини, получавани като тензорно произведение на криви. За пръв път са въведени от de Boor (1962) за случая на бикубична сплайн интерполация.
- В работите на de Casteljau се разглеждат параметрични повърхнини, дефинирани над равнинен триъгълник и зависещи от контролни точки.

Трансфинитна интерполация

- S. A. Coons (M.I.T., консултант на Ford, 1962) е предложил изключително ефикасен и прост метод за конструиране на параметрична повърхнина, интерполираща 4 зададени гранични криви. Обобщение е направено от Gordon (General Motors). Наричат се повърхнини на Gordon - Coons (трансфинитни интерполанти).

Трансфинитна интерполация

- S. A. Coons (M.I.T., консултант на Ford, 1962) е предложил изключително ефикасен и прост метод за конструиране на параметрична повърхнина, интерполираща 4 зададени гранични криви. Обобщение е направено от Gordon (General Motors). Наричат се повърхнини на Gordon - Coons (трансфинитни интерполанти).
- Трансфинитна триъгълна интерполанта от типа на Coons е конструирана от Barnhill, Birkhoff и Gordon през 1974 г.

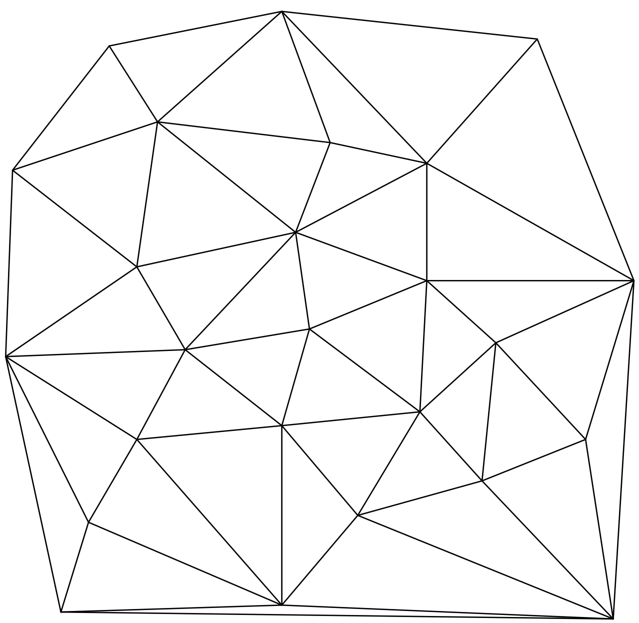
Трансфинитна интерполация

- S. A. Coons (M.I.T., консултант на Ford, 1962) е предложил изключително ефикасен и прост метод за конструиране на параметрична повърхнина, интерполираща 4 зададени гранични криви. Обобщение е направено от Gordon (General Motors). Наричат се повърхнини на Gordon - Coons (трансфинитни интерполанти).
- Трансфинитна триъгълна интерполанта от типа на Coons е конструирана от Barnhill, Birkhoff и Gordon през 1974 г.

Терминът CAGD е въведен от R. Barnhill и R. Riesenfeld през 1974 г. на организирана от тях конференция по темата в University of Utah.

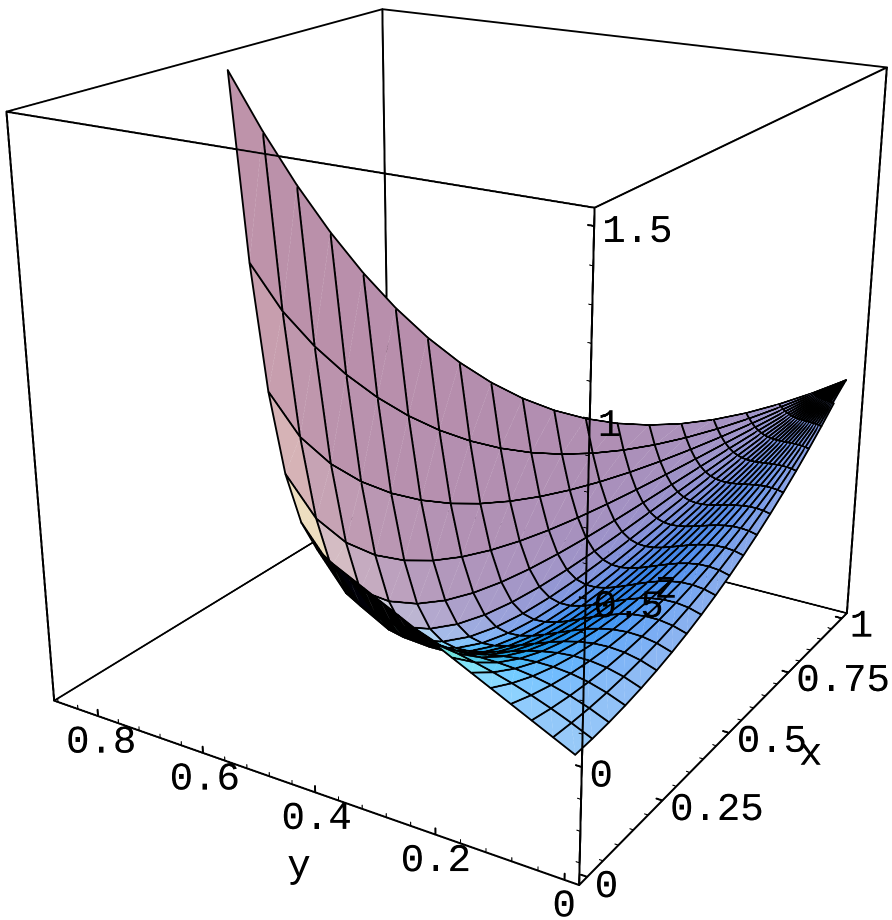
Триангулация на точки в $\mathbb{R}^2$

Триангулация на множество от точки в $\mathbb{R}^2$ е съвкупност от непресичащи се, неизродени триъгълници в $\mathbb{R}^2$, за които множеството от върховете на триъгълниците съвпада с множеството от точки.



Триангулация за $n = 25$

Триъгълна трансфинитна интерполанта



Computer Aided Geometric Design

- Computer Aided Geometric Design (CAGD) е нова област, обединяваща теоретични резултати с практически методи за решаването на задачи от геометричното моделиране посредством компютърни алгоритми и технологии.
- Основната задача на CAGD е конструиране, компютърно представяне и визуализация на широки класове от криви, повърхнини и тела в $\mathbb{R}^3$.
- Терминът CAGD е въведен от Robert Barnhill и Richard Riesenfeld през 1974 г. на организирана от тях конференция по темата в University of Utah.

Subdivision алгоритми

- Алгоритмите за подразделяне (subdivision) са една от най-успешните и съвременни техники за просто и ефикасно конструиране на гладки повърхнини с произволна топология.

Subdivision алгоритми

- Алгоритмите за подразделяне (subdivision) са една от най-успешните и съвременни техники за просто и ефикасно конструиране на гладки повърхнини с произволна топология.
- Стартира се от частично-линейна полигонална мрежа. Гладката повърхнина се получава като граница на рекурсивен процес на подразделяне на всяко лице на полигона на по-малки лица.

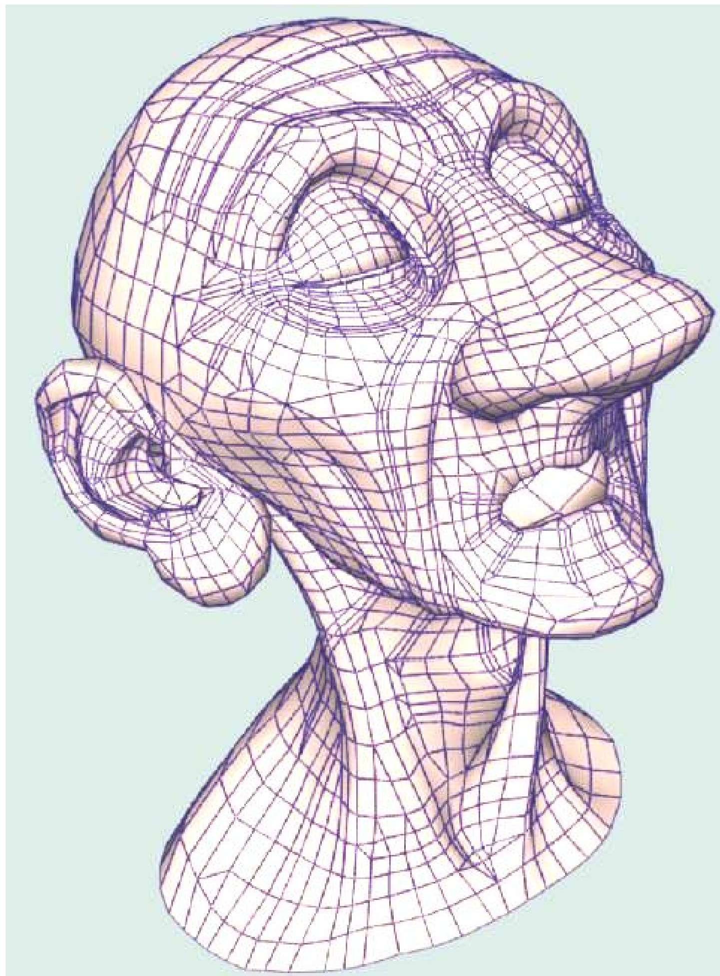
Subdivision алгоритми

- Алгоритмите за подразделяне (subdivision) са една от най-успешните и съвременни техники за просто и ефикасно конструиране на гладки повърхнини с произволна топология.
- Стартира се от частично-линейна полигонална мрежа. Гладката повърхнина се получава като граница на рекурсивен процес на подразделяне на всяко лице на полигона на по-малки лица.
- В компютърната анимация (например в игралните филми на Pixar) subdivision повърхнините са предпочитания начин за моделиране на движещи се 3D обекти.

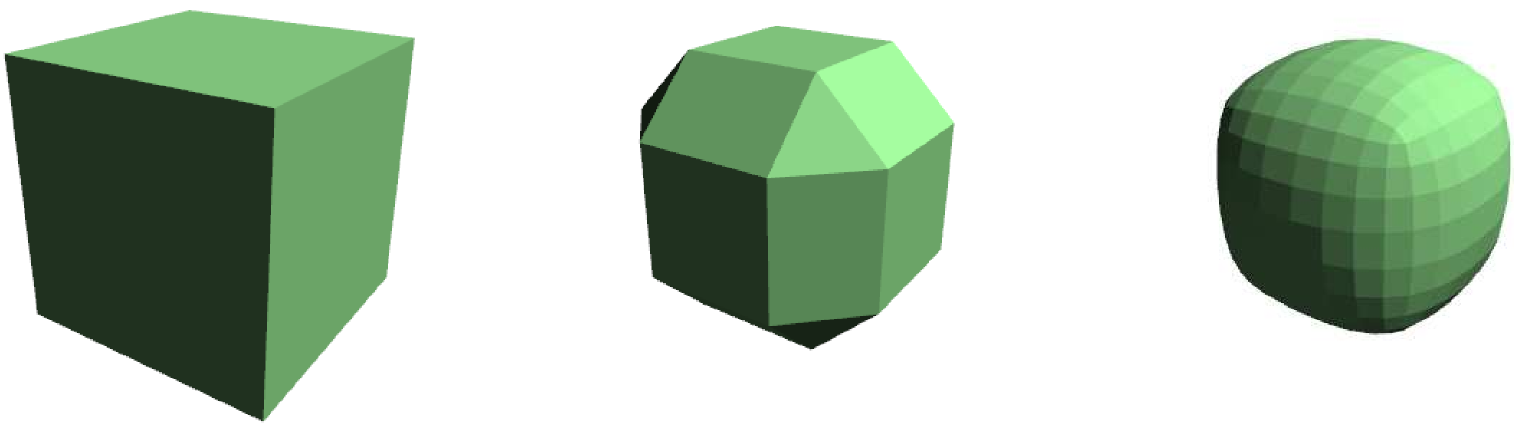
Първият филм на Pixar с Оскар, 1998

Geri's Game

Модел на главата на Geri



Алгоритъм на Doo-Sabin



Doo-Sabin след 1 и 3 subdivision стъпки

Литература

1. G. Farin, Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A Practical Guide, Academic Press, 4 ed., 1997

2. Лекции от курса (на български език)

Описание на курса

Вид: задължителен за магистри

Хорариум: 3+0+1 (45+0+15)

Кредити: 5

Изпит: проект (курсова работа)

http://www.fmi.uni-sofia.bg/fmi/companal/krassivl/exam_MASTERS.pdf

Интернет страница на курса:

http://www.fmi.uni-sofia.bg/fmi/companal/krassivl/CAGD_MASTERS.html