

Исторически бележки:

През 1944 г. излиза книгата "Analytical Geometry with Application to Aircraft", чийто автор К. Liming по време на Втората световна война е работил за NAA.¹ В тази книга за първи път са комбинирани класически (ръчни) методи за чертаене с изчислителни техники. Liming е предложил числен метод за запазване на чертежите като таблици от числа. Така е поставено началото на автоматизирания геометричен дизайн.

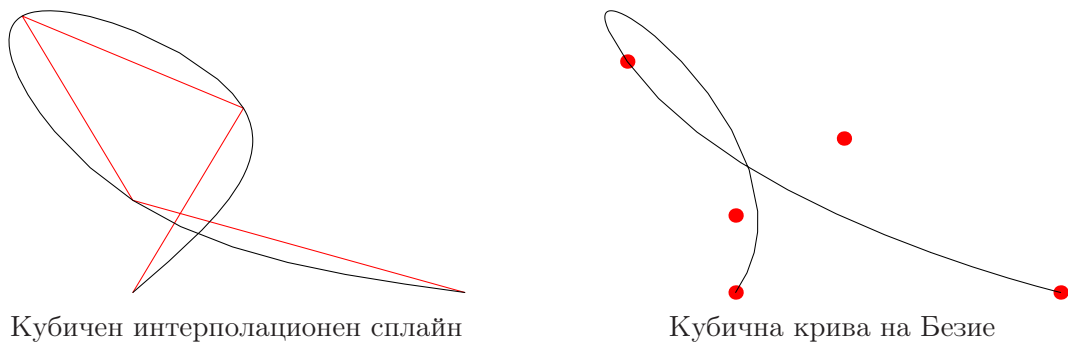
С навлизането на компютърните технологии в индустрията в средата на 20-ти век възниква необходимост от алгоритми, реализиращи техниката на Liming. Проблемът е бил как информацията от ръчните чертежи да се вкара в компютъра. Използвани са били различни, но не особено сполучливи подходи.

През 1959 г. френската автомобилна компания Citroën назначава току-що защитилия дисертация млад математик Paul de Casteljau, който трябвало да решава задачата за математическото описание на ръчните чертежи (Citroën по това време е притежавала компютърно контролирани машини за производство). Вместо това, de Casteljau започнал да разработва собствена система за моделиране на криви и повърхнини, в чиято основа е една нова и забележителна идея. Вместо да дефинира крива чрез интерполация на зададени точки от нея, de Casteljau използва т. нар. контролен полигон - начупена линия с върхове близо до кривата. Вместо да променя кривата директно, той променя само контролния полигон (което е лесно и бързо), при което кривата също се променя, следвайки формата на полигона. Работата на de Casteljau е била строго засекретена от Citroën за дълго време. Алгоритъмът на de Casteljau е публикуван едва през 1971 г., и то без да се споменава авторът. Името на своя създател алгоритъмът е получил в края на 70-те години благодарение на W. Boehm.

Приблизително по същото време шеф на дизайнерския отдел на основният конкурент Renault е бил инженерът Pierre Bézier, който независимо от de Casteljau и използвайки друг подход, достигнал до същия резултат. За разлика от Citroën, компанията Renault разрешава на Bézier да публикува резултатите си. Работата на Bézier придобива изключително широка популярност, особено след като А. К. Forrest от Cambridge забелязва, че кривите на Bézier могат да се изразят посредством полиномите на Бернщайн - т.е. във формата, която още de Casteljau използва в края на 50-те години!

В края на 70-те години кривите на Bézier заемат доминиращо място в CAGD. Но поради факта, че работата на de Casteljau никога не е била публикувана, цялата теория на полиномиалните криви и повърхнини, изразени чрез полиномите на Бернщайн, сега носи името на Bézier.

¹North American Aviation е компания, произвеждала бойни самолети, включително легендарния Mustang.



Фигура 1: Сравнение между сплайн и крива на Безие

В-сплайните, за чиито откривател се счита I. Schoenberg,² са другият основен апарат за представяне на криви и повърхнини в CAGD. В края на 50-те години J. Ferguson от Boeing е разработил система за дизайн на самолетни криле, като е използвал на части кубични пространствени криви, свързани по такъв начин, че получените сложни криви да са 2 пъти диференцируеми (тези криви сега са известни като кубични В-сплайни). През 1960 г. Carl de Boor от General Motors, ученик на Schoenberg, започва да използва В-сплайните като средство за геометрично представяне на обекти. Алгоритъмът на de Boor - Cox за рекурсивно дефиниране на В-сплайните ги превръща в изключително надеждно средство в CAGD. Преди това, В-сплайните са се дефинирали посредством разделени разлики, като този метод е числено неустойчив. По-късно Gordon и Riesenfeld са забелязали, че алгоритъмът на de Boor - Cox е обобщение на алгоритъма на de Casteljau и са доказали, че кривите на Bézier са частен случай на В-сплайните. Така В-сплайните стават основна техника в повечето системи за индустриален дизайн. Обобщение на В-сплайните са т. нар. NURBS (Non Uniform Rational B-splineS), които в момента са стандарт³ за моделиране на криви и повърхнини в индустрията.

На фиг. 1 е показан кубичния сплайн, интерполиращ 5-те точки $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(-1, 3)$, $(0, 1)$, $(3, 0)$ и съответната кубична крива на Bézier, за която същите точки (означени с червено) са контролни точки. Параметричните повърхнини са изучавани

²Тук ще отбележим, че още през 1938 г. българският математик акад. Любомир Чакалов е публикувал обширна статия върху т. нар. Нютонови частни (т.е. разделени разлики), в която е дефинирал и описал редица свойства на функцията, станала известна значително по-късно като В-сплайн. За съжаление, работата е останала незабелязана (статията е на български език и е публикувана в Годишник на Софийския университет). Интересен, обаче, е фактът, че в нито една от многобройните публикации върху В-сплайни по-късно не се среща оригиналният подход на Чакалов, основаващ се на прости факти от теорията на аналитичните функции.

³Initial Graphics Exchange Standard (IGES) е разработен от Boeing, Unigraphics и др. за улесняване обмена на геометрични данни между различните компании.

още от Гаус и Ойлер. Те са основно средство във всички системи за индустриален дизайн. Най-популярни са повърхнините, получавани като тензорно произведение на криви. За пръв път те са въведени от de Boor (1962) за случая на бикубична сплайн интерполация. По същото време Ferguson от Boeing също е конструирал повърхнина, интерполираща зададено множество от точки в \mathbb{R}^3 . В работите на de Casteljau се разглеждат параметрични повърхнини, дефинирани над равнинен триъгълник и зависещи от контролни точки.

През 1964 г. S. A. Coons от M.I.T. е предложил изключително ефикасен и прост метод за конструиране на параметрична повърхнина, интерполираща 4 зададени гранични криви. Тези повърхнини са използвани през 60-те години от автомобилната компания Ford, в която Coons е бил консултант. Тяхно обобщение е направено от Gordon от General Motors. Методът за получаването на повърхнините на Coons (известни още и като повърхнини на Gordon - Coons) се нарича „трансфинитна интерполация“, тъй като се интерполират цели криви, а не дискретно множество от точки. Трансфинитна триъгълна интерполанта от типа на Coons е конструирана от Barnhill, Birkhoff и Gordon през 1974 г.

Терминът CAGD е въведен от R. Barnhill и R. Riesenfeld през 1974 г. на организирана от тях конференция по темата в University of Utah. Едноименното списание Computer Aided Geometric Design е основано през 1984 г. от R. Barnhill и W. Boehm.