Математическая ТЕОРИЯ и ПРАКТИКА СИСТЕМ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Академия наук СССР Сибирское отделение
Вычислительный центр

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СИСТЕМ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Труды советско-болгарского совещания

Под редакцией
А.П.Ершова

Новосибирск 1982

С О Д Е Р Ж А Н И Е

П Р Е Д И С Л О В И Е

Одним из очень полезных результатов прямого сотрудничества между научными учреждениями является формирование общей научной идеологии, когда работа, даже выполняемая раздельно, приобретает когерентный и, стало быть, более продуктивный характер. Этому положению в полной мере отвечает программа научного сотрудничества Единого центра по математике и механике Болгарской Академии наук и Вычислительного центра Сибирского отделения Академии наук СССР.

Программа, в целом относящаяся к решению проблем информатики, охватывает три темы:

- математическая логика,
- проблемы автоматизации программирования,
- создание ВЦКП.

В рамках этой программы в Софии 26-30 октября 1980 г. состоялось советско-болгарское совещание, на котором рассматривались некоторые более конкретные разделы указанных тем сотрудничества, а именно:

- абстрактная теория вычислимости и программирование,
- системы автоматизации программирования,
- программное обеспечение вычислительных центров коллективного пользования.

Этим трем направлениям исследований и разработок примерно соответствует группировка статей сборника, образующих три части. В первой части, состоящей из пяти статей, представлены работы, относящиеся к теоретическим моделям вычислений. Следующие шесть статей, образующие вторую часть, посвящены системам программирования и методам трансляции. Наконец, третья часть, образованная семью статьями, посвящена прикладным программам, применяемым в условиях вычислительных центров коллективного пользования (ВЦКП), а также ряду вопросов системного программирования для ВЦКП.

В кратком предисловии нет нужды давать обзор материалов сборника: оглавление само по себе достаточно репрезентативно. Хотел бы обратить заранее внимание читателя на две статьи - А.Буды и В.К.Сабельфельда об анализе потока данных в связи с проблемой эквивалентности программы машин и П.Барнева, И.В.Поттосина и Л.Б.Эфроса о проблемах автоматизации программирования в условиях ВЦКП. Каждая из этих статей,находящихся на стыке частей сборника, демонстрирует два типа связей: во-первых, наличие органической связи между научными направлениями сотрудничества и, во-вторых, увеличивающую долю совместных исследований, поскольку обе статьи написаны двусторонними коллективами авторов. Издание настоящего сборника - скромный вклад теоретиков и программистов Единого центра и Вычислительного центра в социалистическую интеграцию.

А.П.Ершов

Д.Скордев

ПРИМЕНЕНИЕ АБСТРАКТНОЙ ТЕОРИИ РЕКУРСИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В настоящей работе исследуется некоторая связь функциональных систем программирования (FP -систем), введенных в [I] , с алгебраическим обобщением теории рекурсивных функций, излагаемым в [2-5]. При упомянутом обобщении роль функций исполняют элементы подходящих алгебраических систем, названных итеративными комбинаторными пространствами (ИКП), причем для любого такого пространства и любого его подмножества $\mathscr{B}$ определяется множество элементов пространства, рекурсивных относительно $\mathscr{B}$. Мы покажем, что программируемость функции в данной FP -системе эквивалентна рекурсивности этой функции относительно подходящего подмножества подходящего ИКП. Это обстоятельство позволит применить к классу функций, программируемых в данной FP -системе, общие теоремы об относительной рекурсивности в ИКП.

По поводу терминологии и обозначений, связанных с FP -системами, мы отсылаем читателя к работе [I] . Сделаем только следующее изменение технического характера: откажемся от использования особого элемента $\perp$ и будем считать, что FP - система имеет дело с частичными функциями (например, если x - атом, то будем считать, что $tl : x$ не определено, вместо того, чтобы принимать равенство $tl : x = \perp$).

Переходя к вопросу о связи FP -систем с упомянутым выше обобщением теории рекурсивных функций, заметим, что для наших целей достаточен только один очень частный случай этого обобщения. Поэтому не будем приводить общего определения понятия ИКП, а ограничимся описанием одного специального вида пространств, которые будем называть функциональными ИКП. Этот вид ИКП указан в примере 2 работы [2] и может быть описан следующим образом. Берем некоторое бесконечное множество M и некоторое инъективное отображение $\mathcal{J}$ множества M^2 в M. Далее берем два частичных отображения L и R множества M в себя со свойством, что для любых x и y верны равенства $L : \mathcal{J}(x, y)=x, R : \mathcal{J}(x, y) = y$. Кроме того, берем c^+, c^-, K^+, K^-, удовлетворяющие условиям $c^+ \in K^+ \subset M$, $c^- \in K^- \subset$ $\subset M$, $K^+ \cap K^- = \emptyset$. Пусть для любого z из M через $\bar{z}$ обозначено константное отображение множества M в себя со значением z. Функциональным ИКП, соответствующим выбранным $M, \mathcal{J}, L, R, c^+, c^-, K^+, K^-$, будем называть девятку $\langle \mathcal{F}, \zeta, \Pi, L, R, \Sigma, \bar{c}^+, \bar{c}^-, \le \rangle$, где: $\mathcal{F}$ - множество всех частичных отображений множества M в себя, превращенное в полугруппу при помощи операции композиции $\circ$ (определяемой так же, как в FP-системах); ζ- множество всех отображений вида $\bar{z} (z \in M)$; Π - отображение множества $\mathcal{F}^2$ в $\mathcal{F}$, определяемое при помощи равенства $\Pi(f, g) : x = \mathcal{J}(f : x, g : x)$; Σ - отображение множества $\mathcal{F}^3$ в $\mathcal{F}$, определяемое условием, что $\Sigma(\rho, f, g) : x = y$ тогда и только тогда, когда либо $x \in \rho^{-1}(K^+)$ и $f : x = y$, либо $x \in \rho^{-1}(K^-)$ и $g : x = y$; $\le$ - естественное частичное упорядочение множества $\mathcal{F}$ (т.е. $f \le g$ тогда и только тогда, когда g является продолжением f).

Будем предполагать, что дана некоторая FP-система. Этой системе поставим в соответствие функциональное ИКП, выбрав M, $\mathcal{J}$, L, R, c^+, c^-, K^+, K^- следующим образом: M - множество всех объектов данной FP-системы; $\mathcal{J}(x, y) = \langle x, y \rangle$; $L = 1$; $R = 2$ (имеются в виду не натуральные числа I и 2, а базисные функции FP-системы, обозначаемые теми же знаками); $c^+ = T$; $c^- = F$; $K^+ = \{T\}$; $K^- = \{F\}$. Еще одно функциональное ИКП, соответствующее данной FP-системе, получим, взяв те же самые $M, \mathcal{J}, L, R$ и положив $c^+ = F$, $c^- = T$, $K^+ = \{F\}$, $K^- = \{T\}$. Операции Π и Σ указанных двух функциональных ИКП сразу представляются в данной FP-системе: для обоих этих ИКП справедливо равенство $\Pi(f, g) = [f, g]$, для первого ИКП имеем $\Sigma(\rho, f, g) = (\rho \to f; g)$, а для второго $\Sigma(\rho, f, g) =$ $= (\rho \to g; f)$. В определенном смысле указанные два ИКП не являются существенно различными, но все же их отдельное рассмотрение дает некоторое удобство.

Пусть $\varphi = \langle \mathcal{F}, \zeta, \Pi, L, R, \Sigma, \bar{c}^+, \bar{c}^- \le \rangle$ - функциональное ИКП, соответствующее некоторым $M, \mathcal{J}, L, R, c^+, c^-, K^+, K^-$.

Любым двум элементам f и p множества $\mathcal{F}$ мы поставим в соответствие элемент $f * p$ этого множества, называемый итерацией элемента f, управляемой элементом p (в работах [2 - 5] этот элемент обозначается через $[f, p]$) . Элемент $f * p$ определим как наименьший среди элементов h , которые удовлетворяют условию $h = \Sigma(p, id_M, h \circ f)$. В случае, когда φ соответствует данной FP-системе, операция $*$ выражается через операцию while системы следующим образом: если φ - первое ИКП, соответствующее системе, то $f * p = \text{while}(\text{not} \circ p) f$, а если φ - второе ИКП, соответствующее системе, то $f * p = \text{while}\ pf$.

Предположим теперь, что дано некоторое подмножество $\mathcal{B}$ множества $\mathcal{F}$. Рекурсивными относительно $\mathcal{B}$ называются те элементы множества $\mathcal{F}$, которые могут быть получены из элементов множества $\mathcal{B} \cup \{L, R, \overline{c^+}, \overline{c^-}\}$ при помощи операций $\circ$, Π, Σ и $*$ (доказано, что операция Σ может быть опущена в этом определении, так как она выразима через операции $\circ$, Π, $*$ и элементы $L, R, \overline{c^+}, \overline{c^-}$). Приведем формулировки трех теорем, относящихся к введенному понятию рекурсивности (они являются частными случаями теорем, которые верны в произвольных ИКП, а не только в функциональных).

Теорема о нормальной форме. Для любого элемента f множества $\mathcal{F}$, который рекурсивен относительно $\mathcal{B}$, можно найти такой элемент g, построенный из элементов множества $\mathcal{B} \cup \{id_M, L, R, \overline{c^+}, \overline{c^-}\}$ при помощи операций $\circ$, Π и Σ , что

$$f = R \circ (g * L) \circ \Pi(\overline{c^-}, \Pi(\overline{c^-}, id_M)).$$

Теорема о рекурсии. Пусть $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots$ $\ldots, \Gamma_m$ - такие отображения множества $\mathcal{F}^m$ в множество $\mathcal{F}$ что выражения $\Gamma_i(f_1, f_2, \ldots, f_m)$, $i = 1,2, \ldots m$, представимы термами алгебры с носителем $\mathcal{F}$, которая имеет константы $L, R, \overline{c^+}, \overline{c^-}$ вместе с элементами множества $\mathcal{B}$ и операции $\circ, \Pi, \Sigma, *$. Тогда можно найти такие элементы f_1, $f_2, \ldots, f_m$ множества $\mathcal{F}$ рекурсивные относительно $\mathcal{B}$, что $f_i = \Gamma_i(f_1, f_2, \ldots, f_m)$, $i = 1,2,\ldots,m$, и каждый раз, когда $g_1, g_2, \ldots, g_m$ - элементы $\mathcal{F}$, удовлетворяющие условиям $g_i \geq \Gamma_i(g_1, g_2, \ldots, g_m)$, $i = 1,2,\ldots, m$, справедвы неравенства $g_1 \geq f_1$, $g_2 \geq f_2, \ldots, g_m \geq f_m$.

Теорема об универсальной функции. Пусть $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2$, где $\mathcal{B}_1$ - конечное подмножество множества $\mathcal{F}$, а $\mathcal{B}_2$ содержится в ζ. Тогда во множестве $\mathcal{F}$ можно найти такой элемент g, рекурсивный относительно $\mathcal{B}_1$, что любой элемент множества $\mathcal{F}$, который рекурсивен относительно $\mathcal{B}$, представим в виде $g \circ \Pi(k, id_M)$, где k - элемент, построенный из элементов множества $\{c^+, c^-\} \cup \mathcal{B}_2$ при помощи операции Π.

По поводу доказательств этих теорем отсылаем читателя к работам [3 - 5], где рассмотрен случай произвольного ИКП. Заметим, что теорема, которая соответствует теореме об универсальной функции, доказана в [5], но только для случая, когда множество $\mathcal{B}$ - конечное. К этому случаю, однако, можно свести рассматриваемый здесь более общий случай, когда все элементы $\mathcal{B}$ за исключением конечного числа их, принадлежат множеству ζ.

Высказанные выше теоремы применимы, в частности, к функциональным ИКП, соответствующим данной FP-системе. Для того, однако, чтобы получающиеся результаты имели более прямое отношение к вопросам программирования, сперва займемся упомянутой в начале эквивалентностью программируемости функций в FP-системе и их рекурсивности относительно подходящего подмножества подходящего ИКП. Обозначим через $\mathcal{B}_1$ множество, состоящее из функций tl, apndl, atom, eq, +, -, ×, ÷ данной FP-системы и из тех ее примитивных функций, которые не входят в список, данный в [I] (если в систему включены такие дополнительные примитивные функции). Справедливо следующее утверждение.

Теорема I. Пусть $\varphi = \langle \mathcal{F}, \zeta, \Pi, L, R, \Sigma, \overline{c^+}, \overline{c^-}, \leq \rangle$ - одно из двух функциональных ИКП, соответствующих данной FP-системе. Для того, чтобы частичное отображение множества объектов этой системы в себя было программируемым в системе, необходимо и достаточно, чтобы это отображение было рекурсивным в пространстве φ относительно множества $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \cup \zeta$.

Доказательство. Мы рассмотрим только случай, когда φ - первое из двух функциональных ИКП, соответствующих данной FP-системе, потому что можно легко убедиться, что элементы, рекурсивные относительно $\mathcal{B}$ – одни и те же в обоих ИКП.

Если f – элемент множества $\mathcal{F}$, рекурсивный относительно $\mathcal{B}$, то отображение f программируемо в системе, так как f является примитивной функцией системы или представимо при помощи некоторой функциональной формы этой системы. Обратное утверждение будет доказано путем доказательства следующих четырех утверждений: а) все примитивные функции системы рекурсивны в φ относительно $\mathcal{B}$; б) все операции образования функциональных форм, допускаемые системой, сохраняют рекурсивность в φ относительно $\mathcal{B}$; в) рекурсивность в φ относительно $\mathcal{B}$ сохраняется и при введении функций с помощью определений; г) нигде не определенная функция рекурсивна в φ относительно $\mathcal{B}$. Разумеется, утверждение г) очевидно – если обозначим нигде не определенную функцию через 0, то $0 = \overline{c^{=}} * \overline{c^{=}}$. Поэтому займемся утверждениями а) – в).

Примитивные функции системы, которые принадлежат множеству $\mathcal{B}_1$, очевидно, рекурсивны в φ относительно $\mathcal{B}$. Селекторные функции I, 2, 3, ... рекурсивны относительно $\mathcal{B}$ в силу равенств $1 = L$, $s + 1 = s \circ tl$. Функции id, null, not, and, or также рекурсивны благодаря равенствам

$$id = \overline{c^{\mp}} * \overline{c^{\mp}},\ null = eq \circ \Pi(id, \overline{\emptyset}),\ not = \Sigma(id, \overline{c^{=}}, \overline{c^{\mp}}),$$

$$and = \Sigma(null \circ tl^2, \Sigma(L, \Sigma(R, \overline{c^{\mp}}, \overline{c^{=}}), \Sigma(R, \overline{c^{=}}, \overline{c^{=}})), 0),$$

$$or = \Sigma(null \circ tl^2, \Sigma(L, \Sigma(R, \overline{c^{\mp}}, \overline{c^{\mp}}), \Sigma(R, \overline{c^{\mp}}, \overline{c^{=}})), 0).$$

Рекурсивность функций **length, distl, distr, apndr** и **reverse** видна из теоремы о рекурсии и обстоятельства, что они являются единственными решениями следующих уравнений:

$$f = \Sigma(null, \overline{0}, + \circ \Pi(f \circ tl, \overline{1})),$$

$$f = \Sigma(null \circ tl^2, \Sigma(null \circ R, \overline{\emptyset}, apndl \circ \Pi(\Pi(L, L \circ R),$$

$$f \circ \Pi(L,\ tl \circ R))),\ 0),$$

$$f = \Sigma(null \circ tl^2,\ \Sigma(null \circ L,\ \bar{\emptyset},\ apndl \circ \Pi(\Pi(L \circ L,\ R),$$

$$f \circ \Pi(tl \circ L,\ R))),\ 0),$$

$$f = \Sigma(null \circ tl\ ,\ \Sigma(null \circ L,\ tl,\ apndl \circ \Pi(L^2,$$

$$f \circ \Pi(tl \circ L,\ R))),\ 0),$$

$$f = \Sigma(null,\ \bar{\emptyset},\ apndr \circ \Pi(f \circ tl,\ L)).$$

Из равенств $1r = 1 \circ reverse$, $2r = 2 \circ reverse, \ldots$ получаем рекурсивность правых селекторных функций. Рекурсивны также функции tlr, rotl и rotr в силу равенств

$$tlr = reverse \circ tl \circ reverse,$$

$$rotl = \Sigma(null,\ \bar{\emptyset},\ apndr \circ \Pi(tl,\ L)),$$

$$rotr = \Sigma(null,\ \bar{\emptyset},\ apndl \circ \Pi(1r,\ tlr)).$$

Что касается вопроса о рекурсивности функции trans, то удобнее будет рассмотреть его после доказательства утверждения б).

То, что композиция и разветвление сохраняют рекурсивность, очевидно. Очевидна и рекурсивность всех функций вида $\bar{z}$. Сохранение рекурсивности относительно конструкции видно из равенств

$$[g] = apndl \circ \Pi(g,\ \bar{\emptyset}),\ [g_1,\ g_2] = \Pi(g_1,\ g_2),$$

$$[g_1,\ g_2, \ldots, g_n] = apndl \circ \Pi(g_1,\ [g_2, \ldots, g_n]).$$

Если g - функция, рекурсивная относительно $\mathscr{B}$, то функция $/g$ также рекурсивна относительно $\mathscr{B}$, так как она является единственным решением f уравнения

$$f = \Sigma(\text{null} \circ \text{tl},\ \text{L},\ g \circ \Pi(\text{L},\ f \circ \text{tl}))$$

в случае, когда $/g : \emptyset$ не определяется, и уравнения

$$f = \Sigma(\text{null},\ \bar{u},\ g \circ \Pi(\text{L},\ f \circ \text{tl}))$$

в случае, когда $/g : \emptyset = u$. Функция αg тоже будет рекурсивной, так как является единственным решением f уравнения

$$f = \Sigma(\text{null},\ \bar{\emptyset},\ \text{apndl} \circ \Pi(g \circ \text{L},\ f \circ \text{tl})).$$

Наконец, сохранение рекурсивности при применении операций bu и while видно из равенств

$$\text{bu}\ gx = g \circ \Pi(\bar{x},\ \text{id}),\ \text{while}\ pg = g * (\text{not} \circ p).$$

Утверждение б), таким образом, доказано. Теперь рекурсивность функции trans относительно $\mathscr{B}$ следует из того, что trans является единственным решением f уравнения

$$f = \Sigma(\text{null} \circ \text{tl},\ \alpha[\text{id}] \circ \text{L},\ \alpha\ \text{apndl} \circ h \circ \Pi(\text{L},\ f \circ \text{tl})),$$

где h - рекурсивное относительно $\mathscr{B}$ решение уравнения

$$h = \Sigma(\text{null} \circ \text{L},\ \Sigma(\text{null} \circ \text{R},\ \bar{\emptyset},\ 0),\ \Sigma(\text{null} \circ \text{R},\ 0,$$

$$\text{apndl} \circ \Pi(\Pi(\text{L} \circ \text{L},\ \text{L} \circ \text{R}),\ h \circ \Pi(\text{tl} \circ \text{L},\ \text{tl} \circ \text{R}))))$$

(при проверке используется тождественная истинность равенства $h : \langle x, y\rangle = \text{trans} : \langle x, y \rangle$). Доказательство утверждения а) этим также закончено.

Осталось доказать утверждение в). Очевидно, это может быть сделано при помощи теоремы о рекурсии и утверждений, доказанных выше. Таким образом, теорему I можно считать доказанной.

С л е д с т в и е. Класс функций, программируемых в данной FP-системе, останется без изменений, если откажемся от использования определений и от использования неопределенных функциональных символов, из примитивных функций возьмем только селекторную функцию I и функции из $\mathcal{B}_1$, а из операций образования функциональных форм - только операции образования форм вида $f \circ g$, $[f, g]$, $(p \rightarrow f; g)$, $\bar{z}$ и while pf (можно обойтись даже без использования форм вида $(p \rightarrow f; g)$).

Применяя теорему о нормальной форме и теорему об универсальной функции к подходящему из двух функциональных ИКП, соответствующих FP-системе, получаем следующие два результата.

Т е о р е м а 2. Для любой функции f, программируемой в данной FP-системе, можно найти такую функцию g, программируемую средствами, указанными в следствии теоремы I, с добавлением функции id к допущенным примитивным функциям, но без использования операции while (использование разветвления разрешается), что тождественно верно равенство $f:x = 2:(\text{while } 1g):\langle T, \langle T, x\rangle\rangle$.

Т е о р е м а 3. Если множество $\mathcal{B}_1$ - конечное, то существует функция g, программируемая в данной FP-системе и обладающая следующим свойством: для любой функции f, программируемой в системе, можно найти такой объект c системы, что тождественно верно равенство $f:x = g:\langle c, x\rangle$.

Связь понятий FP-системы и ИКП может быть полезной и в другом отношении. В работе [I] отмечаются некоторые свойства алгебраического характера, обладаемые операциями FP-системы. С другой стороны, общее определение понятия ИКП также требует наличия некоторых свойств алгебраического характера, причем среди них есть и такие, которые не упоминаются в [I]. Используя эти свойства и им подобные, можно предложить удобный алгоритм вычисления термов вида $f_n : f_{n-1} : \ldots$ $\ldots : f_2 : f_1 : x$, где $f_1, \ldots, f_n$ - функциональные выражения данной FP-системы, а x - объект системы. Процесс применения этого алгоритма состоит из шагов, при которых часть $f_1 : x$ упомянутых термов заменяется другим термом согласно следующим правилам.

А. Если f_1 обозначает примитивную функцию системы, принимающую значение y на объекте x , то $f_1 : x$ заменяется на y.

Б. Если f_1 – функциональная форма, то применяем первое из перечисленных ниже равенств, левая часть которого может дать терм $f_1 : x$ как частный случай:

$(f \circ g) : x = f : g : x,$

$[\bar{y}_1, \ldots, \bar{y}_k, id]:x = \langle y_1, \ldots, y_k, x\rangle,$

$[\bar{y}_1, \ldots, \bar{y}_k, id, g_0 \circ \bar{z}_0, g_1 \circ \bar{z}_1, \ldots, g_l \circ \bar{z}_l]:x$

$= [\bar{y}_1, \ldots, \bar{y}_k, \bar{x}, id, g_1 \circ \bar{z}_1, \ldots, g_l \circ \bar{z}_l]:g_0:z_0,$

$[g_0, g_1, \ldots, g_l]:x = [id, g_1 \circ \bar{x}, \ldots, g_l \circ \bar{x}]:g_0:x,$

$(id \to f \circ \bar{z}; g \circ \bar{z}):T = f:z,$

$(id \to f \circ \bar{z}; g \circ \bar{z}):F = g : z,$

$(p \to f; g):x = (id \to f \circ \bar{x}; g \circ \bar{x}):p:x,$

$\bar{z}:x = z,$

$/g:\emptyset = u$ (только при условии, что $/g:\emptyset$ определяется как u),

$/g:\langle x_1\rangle = x_1,$

$/g:\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle = g:[\bar{x}_1, id]:/g:\langle x_2, \ldots, x_n\rangle$ ($n \geq 2$),

$\alpha g:\emptyset = \emptyset,$

$\alpha g:\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle = [id, g \circ \bar{x}_2, \ldots, g \circ \bar{x}_n]:g:x_1,$

$(bu\ fz):x = f:\langle z, x\rangle,$

$(while\ pf):x = (id \to ((while\ pf) \circ f) \circ \bar{x}, id \circ \bar{x}):p:x.$

В. Если f_1 введено с помощью определения <u>Def</u> $f_1 \equiv r$, то $f_1:x$ заменяется на $r:x$.

По определению, работа описываемого алгоритма заканчивается результативно тогда и только тогда, когда на некотором шаге этой работы получается объект FP-системы, причем результатом считается именно этот объект. Можно доказать, что применение алгоритма к данному терму рассматриваемого вида дает результат у тогда и только тогда, когда терм имеет значение у . В частности, применение алгоритма к терму вида f:x дает результат у тогда и только тогда, когда функция, обозначаемая выражением f , принимает значение у на объекте x .

По-видимому, рассуждения, подобные сделанным в настоящей работе, могут быть проведены и для некоторых более сложных систем программирования. Особо полезным может оказаться аппарат ИКП для изучения недетерминированных программ, в этом случае пригодятся более сложные ИКП, чем функциональные.

В заключение автор хотел бы упомянуть, что он принял решение о написании этой работы и о некотором усовершенствовании ее первоначального варианта после ознакомления соответственно с работами [6] и [7] .

Литература

I. Backus J. Can programming be liberated from the von Neumann style? A functional style and its algebra of programs. Comm. of the ACM, 1978, v. 21, p. 613-641.
2. Skordev D. Recursion theory on iterative combinatory spaces. Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astr. Phys., 1976, v. 24, p. 23-31.
3. Skordev D. A normal form theorem for recursive operators in iterative combinatory spaces. Z. math. Logik und Grundl. Math., 1978, v. 24, p. 115-124.
4. Skordev D. The first recursion theorem for iterative combinatory spaces. Z. math. Logik and Grundl. Math., 1979, v. 25, p. 69-77.
5. Скордев Д. Комбинаторные пространства и рекурсивность в них. - София: БАН, I980. - 455 с.
6. Раденски А. Функционален подход към езиците за работа с данни в системите за управление на бази от данни. - В сб.: Математика и математическое образование (Доклады IX вес. конф. СМБ). София: БАН, I980, с. I62-I68.
7. Раденски А. Трансформационна система за програмиране: преобразуване и пресмятане на функционални програми. - София, I980.