

Име: ..... Ф№: ..... Гр.: .....

Задача	1	2	3	4	5	ОБЩО
получени точки						
от максимално	40	20	20	20	20	120

За отлична оценка са достатъчни 100 точки. Точките над 100 са бонус, който не се губи.

**Зад. 1** Дадени са  $n$  болта, нито два от които не са с еднакъв диаметър. Дадени са и  $n$  гайки, като за всеки болт има точно една гайка, която му пасва. Не е разрешено да се сравняват болт с болт или гайка с гайка. Разрешено е да се правят само сравнения от вида **Сравни болт  $i$  с гайка  $j$** , като резултатът от такова сравнение е точно едно от следните три: или **Болт  $i$  има по-голям диаметър от гайка  $j$** , или **Болт  $i$  има по-малък диаметър от гайка  $j$** , или **Болт  $i$  пасва точно на гайка  $j$** .

10 т. а) Докажете, че всеки алгоритъм, който намира кой болт на коя гайка съответства, използвайки само сравнения от посочения вид, работи във време  $\Omega(n \lg n)$ .

10 т. б) Предложете алгоритъм, който намира кой болт на коя гайка съответства, използвайки само сравнения от посочения вид, и има **средна** сложност по време  $O(n \lg n)$ . Можете да опишете алгоритъма общо: не с псевдокод, а само да посочите идеята, използвайки наготово факти, които са изучавани на лекции.

20 т. в) Предложете итеративен алгоритъм, който намира най-малкия болт и най-малката гайка, използвайки не повече от  $2n - 2$  сравнения от посочения вид. Единственият вид достъп, който Вашият алгоритъм може да прави до болтовете и гайките, е викане на функцията `compare(B[i], N[j])`, където  $B[i]$  е  $i$ -ият болт, а  $N[j]$  е  $j$ -тата гайка. Тази функция връща

- 1, ако  $i$ -ият болт е с по-голям диаметър от  $j$ -тата гайка,
- -1, ако  $i$ -ият болт е с по-малък диаметър от  $j$ -тата гайка,
- 0, ако  $i$ -ият болт пасва точно на  $j$ -тата гайка.

Този алгоритъм трябва да бъде написан подробно в псевдокод.

г) **бонус 20 точки** Докажете формално коректността на този алгоритъм.

**Зад. 2** Разгледайте задачата за намиране на най-къс път в тегловен ориентиран граф с положителни тегла на ребрата. Разгледайте задачата във варианта от даден връх  $s$  до всички останали върхове, като за най-късите пътища се искат само теглата им (а не самите пътища).

1 т. а) Напишете алгоритъма на Dijkstra за тази задача.

19 т. б) Докажете коректността на този алгоритъм.