Първо контролно по Изчислимост и сложност

20/11/19

Част 1: теория

1) Дайте определение за примитивна рекурсивност на предикат $P : \mathbb{N}^n \longrightarrow \{\mathbf{t}, \mathbf{f}\}$.

2) Нека $\mathcal{K} \subseteq \mathcal{F}_1$ е клас от едноместни частични функции. Кажете кога функцията $U(a, x)$ е универсална за класа $\mathcal{K}$.

3) Формулирайте S^m_n-теоремата за изчислимата функция $f(a, b, x)$ (с параметри a и b).

Част 2: задачи

Нека $\mathcal{K} = \{mx + n | m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}\}$ е класът на всички линейни функции с коефициенти от $\mathbb{N}$. За всяка линейна функция $f(x) = mx + n$ дефинираме $\kappa(f)$ — *код на* f — по следния начин:

$$\kappa(f) = \Pi(m, n).$$

По-надолу с f_a ще означаваме линейната функция с код a.

1) Докажете, че изображението $\kappa : \mathcal{K} \longrightarrow \mathbb{N}$ е биекция.

2) Докажете, че класът $\mathcal{K}$ има универсална функция (конструирайте я).

3) Докажете, че никоя универсална функция $U(a, x)$ за класа $\mathcal{K}$ не може да бъде линейна.

4) Докажете, че съществува рекурсивна функция $h(a)$, такава че за всяко $a \in \mathbb{N}$:

$$\varphi_{h(a)} = f_a.$$

5) (бонус :)) Докажете, че е примитивно рекурсивен предикатът P, който се определя с еквивалентността:

$$P(a, y) \iff y \in Range(f_a).$$

По определение $Range(f) = \{y \mid \exists x \in \mathbb{N} : f(x) \simeq y\}$.

Успех! $\smile$