вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ/Дискретни структури 2
спец. Компютърни науки/Софтуерно инжинерство
29.07.2007 г.

Задача 1. Винаги ли е вярно, че
1. $\{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$ е регулярен език.
2. Безкрайно обединение на контекстно свободни езици е контекстносвободен език.
3. Ако $L \subseteq \{a,b\}^*$ е регулярен език, то $\{xz \mid (\exists y)(xyz \in L \ \&\ x,y,z \in \{a,b\}^*)\}$ е регулярен.
4.Ако $L \subseteq \{0,1\}^*$ е разрешим, то $\mid \sim_L \mid$ е безкраен.
5. Сечение на регулярен и контекстно свободен език е регулярен.
6. Ako G е к. св. граматика с n нетерминала в н. ф. на Чомски и $L(G) \neq \emptyset$ и $\epsilon \notin L(G)$, то има дума $w \in L(G)$ с дължина l, $l \geqq 2^n$.
7. Графиката на изчислима функция е полуразрешимо множество.
8. Функцията на Акерман е примитивно рекурсивна.

Задача 2. Докажете лемата за покачването за регулярните езици.

Задача 3. Нека G е контекстно свободна граматика. Да се докаже, че съществува стеков автомат M, такъв че $L(M) = L(G)$.

Задача 4. Нека $\Sigma = \{a,b\}$ и $A, B \subseteq \Sigma^*$ са полуразрешими, $A \cup B$ и $A \cap B$ са разрешими. Да се докаже, че A и B са разрешими. Разрешим ли е $\{\langle M\rangle \mid L(M) = A \setminus B\}$?

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ/Дискретни структури 2
спец. Компютърни науки/Софтуерно инжинерство
29.07.2007 г.

Задача 1. Винаги ли е вярно, че
1. $\{w^Rw \mid w \in \{a,b\}^*\}$ е регулярен език.
2. Ако $L \subseteq \Sigma^*$ и $\Sigma^* \setminus L$ е краен, то L е ргулярен.
3. Ako $L \subseteq \{a\}^*$ и $\{n \mid a^n \in L\} = \{p + kq \mid k \in \mathbb{N}\}$ за някои естествени числа p и q, то L е регулярен език.
4. Ако $L \subseteq \{0,1\}^*$ е разрешим, то $\mid \sim_L \mid$ е краен.
5. Сечение на 2 контекстно свободни езика е контекстно свободен.
6. Ако M е краен автомат с n състояния и $L(M) \neq \emptyset$, то има дума $w \in L(M)$ с дължина по-малка от n.
7. Един език е полуразрешим, ако има машина на Тюринг, която го генерира в нарастващ ред лексикографски.
8. Ако дефиниционната област и областта от стойности на една функция са разрешими, то тя е изчислима.

Задача 2. Да се докаже, че един език $L \subseteq \{a,b\}^*$ е регулярен $\iff$ релацията $\sim_L$ има краен индекс.

Задача 3. Докажете лемата за покачването за контекстно свободните езици.

Задача 4. Нека $\Sigma = \{a,b\}$. Да се докаже, че езикът $L = \{\langle M\rangle \mid$ броят на $w \in \Sigma^*,\ M(w) \downarrow$ е $\leqq 77\}$ (състоящ се от кодовете на на онези машини на Тюринг M, за които $L(M)$ съдържа не повече от 77 думи) не е разрешим и $R = \{\langle M\rangle \mid$ броят на $w \in \Sigma^*, M(w) \downarrow$ е $> 77\}$ не е полуразрешим.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ/Дискретни структури 2
спец. Компютърни науки/Софтуерно инжинерство
29.07.2007 г.

Задача 1. Винаги ли е вярно, че
1. $\{a^nb^m \mid n < m, n, m \in \mathbb{N}\}$ е регулярен език.
2. Безкрайно обединение на регулярни езици е регулярен.
3. Ако L е регулярен език в Σ, то $\{a_1a_3a_5\dots a_{2n-1} \mid a_1a_2\dots a_{2n} \in L \ \&\ a_1, a_2, \dots, a_{2n} \in \Sigma, n \in \mathbb{N}\}$ е регулярен.
4. Ako M е краен автомат в $\Sigma = \{0,1\}$ и $L = L(M)$, то $(\forall u, v \in \Sigma^*)(u \sim_L v \Rightarrow u \sim_M v)$.
5. Сечение на контекстно свободен език и регулярен е контекстно свободен.
6. Ako G е к. св. граматика с n нетерминала в н. ф. на Чомски, $L(G) \neq \emptyset$ и $\epsilon \notin L(G)$, то има дума $w \in L(G)$ с дължина l, $l < 2^n$.
7. Един език е полуразрешим, ако се генерира с граматика от тип 0.
8. Разлика на два разрешими езика е разрешим.

Задача 2. Да се докаже, че всеки регулярен език е автоматен.

Задача 3. Нека M е стеков автомат. Да се докаже, че съществува контекстно свободна граматика G, такава че $L(M) = L(G)$.

Задача 4. Нека $\Sigma = \{a,b\}$. Да се докаже, че езикът $\{\langle M\rangle \mid (\forall w \in \Sigma^*)(M(w) \downarrow)\}$(състоящ се от кодовете на на онези машини на Тюринг M, за които $L(M) = \Sigma^*$) не е разрешим. Проверете дали $\{\langle M\rangle \mid (M(w) \downarrow)$ за краен брой $w \in \Sigma^*)\}$ е разрешим.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ/Дискретни структури 2
спец. Компютърни науки/Софтуерно инжинерство
29.07.2007 г.

Задача 1. Винаги ли е вярно, че:
1. $\{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$ е регулярен език.
2. Ако $L_1 \subseteq L_2 \subseteq L_3 \subseteq \{a,b\}^*$ и L_1 и L_3 са регулярни, то L_2 е регулярен.
3. Ако L е регулярен език в Σ, то $\{a_2a_1a_4a_3\dots a_{2n}a_{2n-1} \mid a_1a_2\dots a_{2n} \in L \ \&\ a_1, a_2, \dots, a_{2n} \in \Sigma, n \in \mathbb{N}\}$ е регулярен.
4. Ако M е краен автомат в $\Sigma = \{0,1\}$ и $L = L(M)$, то $(\forall u, v \in \Sigma^*)(u \sim_M v \Rightarrow u \sim_L v)$.
5. Ако L е контекстно свободен, то и L^* е контекстно свободен език.
6. Ако M е краен автомат с n състояния и $L(M)$ е безкраен, то има дума $w \in L(M)$ с дължина l и $n \leqq l < 2n$.
7. Допълнението на полуразрешим език е полуразрешим.
8. Ако едно безкрайно множество е разрешимо, то има машина на Тюринг, генерираща елементите му в нарастващ ред, лексикографски.

Задача 2. Докажете, че всеки автоматен език е регулярен.

Задача 3. Нека G е контекстно свободна граматика. Да се докаже, че съществува стеков автомат M, такъв че $L(M) = L(G)$.

Задача 4. Нека $\Sigma = \{a,b\}$. Да се докаже, че за всеки безкраен полуразрешим език P в Σ^* има безкраен разрешим език $R \subseteq P$. Докажете че, езикът L, състоящ се от кодовете на на онези машини на Тюринг M, за които $L(M) \neq \emptyset$, не е разрешим и $\Sigma^* \setminus L$ не е полуразрешим.