вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

КОНТРОЛНО ПО СЕП

спец. Информатика

10.06.2006 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$ действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} x \dot{-} 1, & x = y \\ f(f(x-1, y+1), y), & x > y \\ f(f(x+1, y-1), x), & x < y \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен;

б) $\forall x \forall y (2 \mid (x-y) \ \& \ !f_\Gamma(x,y) \Rightarrow f_\Gamma(x,y) \simeq min(x,y) \dot{-} 1)$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

Задача 2. Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X) + 1$, where

$F(X) =$ if $X = 0$ then 3
else if $X = 1$ then 7
else $3F(G(X)) - 2F(G(G(X)))$

$G(X) =$ if $X \leqq 1$ then 0
else $G(X-1) + 1$

Да се докаже, че $\forall a (!D_V(R)(a) \Rightarrow D_V(R)(a) \simeq 2^{a+2})$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

КОНТРОЛНО ПО СЕП

спец. Информатика

05.06.2008 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & y = 0 \\ f(1, y-1) + 1, & y > 0, x = 0 \\ f(f(x-1, y), y-1) + 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен;

б) $\forall a \forall b (\,!f_\Gamma(a,b) \implies f_\Gamma(a,b) \geqq min(x,y))$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

Задача 2. Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X, 1, 1)$, where

$F(X, Y, S) =$ if $X = 0$ then S
else $F(X-1, 2Y, G(Y, S))$

$G(Y, S) =$ if $S = 0$ then 0
else $G(Y, S-1) + Y$

Да се докаже, че

$$\forall a \left(!D_V(R)(a) \Longrightarrow D_V(R)(a) \simeq 2^{\frac{a(a-1)}{2}} \right).$$

Задача 3. Дадена е рек. програма R над типа **Nat**:

$F(X, X)$, where

$F(X, Y) =$ if $X \leqq 1$ then 1
else if $Y \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\ 2)$ then $F(\frac{X}{2}, F(X, Y)) + 1$
else $F(\frac{X-1}{2}, F(X, Y))$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО СЕП

спец. Информатика

09.09.2006 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} 0, & x = 0 \\ n, & x = 2^n \text{ за някое } n \\ f(f(x+1)), & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен;

б) $\forall x_{>1} (!f_\Gamma(x) \Rightarrow f_\Gamma(x) < x)$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

Задача 2. Дадена е рекурсивната програма R над типа Nat, където R е

$F(X, Y)$, where

**$F(X, Y) =$ if $X = Y$ then X
else if $X < Y$ then $F(X, G(Y, X))$
else $F(Y, X)$**

**$G(X, Y) =$ if $X = Y$ then 0
else $G(X, Y+1) + 1$**

Да се докаже, че

$$\forall a \forall b (!D_V(R)(a,b) \Rightarrow D_V(R)(a,b) \simeq \text{НОД}\,(a,b)).$$

Задача 3. Дадена е рекурсивната програма R над типа Nat, където R е

$F(X, Y)$, where

**$F(X, Y) =$ if $X \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\ 2)$ then X
else $F(X+1, F(2X-1, Y))$**

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

КОНТРОЛНО ПО СЕП

спец. Информатика

05.06.2008 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & x = 0 \\ f(x-1, 1) + sg(x-1), & x > 0, y = 0 \\ f(x-1, f(x-1, y-1)) + 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

$sg(0) = 0; sg(x) = 1$ за $x > 0$ Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен;

б) $\forall a \forall b (\,!f_\Gamma(a,b) \implies f_\Gamma(a,b) \geqq max(x,y))$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ.

Задача 2. Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X, 1, 0)$, where

$F(X, Y, S) =$ if $X = 0$ then S
else $F(X-1, 2Y, G(Y, S))$

$G(Y, S) =$ if $S = 0$ then Y
else $G(Y+1, S-1)$

Да се докаже, че

$$\forall a \,(!D_V(R)(a) \Longrightarrow D_V(R)(a) \simeq 2^a - 1).$$

Задача 3. Дадена е рек. програма R над типа **Nat**:

$F(X, X)$, where

$F(X, Y) =$ if $X \leqq 1$ then 1
else if $Y \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\ 2)$ then $F(\frac{X}{2}, F(X, Y))$
else $F(\frac{X-1}{2}, F(X, Y)) + 1$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.