

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
<b>А</b>					
Име:					

**Контролно по СЕП, 07.06.2011**  
**спец. Информатика, III курс, I поток**

**Задача 1.** Даден е следният оператор  $\Gamma$ :

$$\Gamma(f)(x, y) \simeq \begin{cases} (f(\sqrt{x}, y))^2, & \text{ако } x \text{ е точен квадрат} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Докажете, че операторът  $\Gamma$  е компактен.  
б) Докажете, че за най-малката му неподвижна точка  $f_\Gamma$  е изпълнено:  
 $\forall x \forall y ((f_\Gamma(x, y))^2 \simeq f_\Gamma(x, y^2)).$

**Задача 2.** Дадена е следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, 0)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } Y = X \text{ then } 1 \text{ else } G(F(X, Y + 1), Y + 1, 0)$   
 $G(X, Y, S) = \begin{array}{ll} \text{if } Y = 0 \text{ then } S & \text{else} \\ \text{if } Y \equiv 0 \pmod{2} & \text{then } G(2X, Y/2, S) \\ & \text{else } G(X, Y - 1, S + X) \end{array}$

Докажете, че  $\forall x_{>0} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x!)$ .

**Задача 3.** Докажете, че  $D_V(R) \neq D_N(R)$  за следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, X)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } Y \equiv 0 \pmod{3} \text{ then } Y/3$   
 $\text{else } F(F(X, 2Y - 2), Y - 1)$

**Пожелаваме Ви успех:**  
**Екипът.**

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
<b>В</b>					
Име:					

**Контролно по СЕП, 07.06.2011**  
**спец. Информатика, III курс, I поток**

**Задача 1.** Даден е следният оператор  $\Gamma$ :

$$\Gamma(f)(x, y) \simeq \begin{cases} 3 \cdot f(\sqrt{x}, y) + 2, & \text{ако } x \text{ е точен квадрат} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Докажете, че операторът  $\Gamma$  е компактен.  
б) Докажете, че за най-малката му неподвижна точка  $f_\Gamma$  е изпълнено:  
 $\forall x \forall y (3 \cdot f_\Gamma(x, y) + 2 \simeq f_\Gamma(x, 3y + 2)).$

**Задача 2.** Дадена е следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, 1)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } Y = X + 1 \text{ then } 1 \text{ else } G(F(X, Y + 1), Y, 0)$   
 $G(X, Y, S) = \begin{array}{ll} \text{if } Y = 0 \text{ then } S & \text{else} \\ \text{if } Y \equiv 1 \pmod{2} & \text{then } G(2X, (Y - 1)/2, S + X) \\ & \text{else } G(2X, Y/2, S) \end{array}$

Докажете, че  $\forall x_{>0} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x!)$ .

**Задача 3.** Докажете, че  $D_V(R) \neq D_N(R)$  за следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, X)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } X \equiv 0 \pmod{3} \text{ then } X/3$   
 $\text{else } F(X + 1, F(2X + 2, Y))$

**Пожелаваме Ви успех:**  
**Екипът.**

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
<b>А</b>					
Име:					

**Контролно по СЕП, 07.06.2011**  
**спец. Информатика, III курс, I поток**

**Задача 1.** Даден е следният оператор  $\Gamma$ :

$$\Gamma(f)(x, y) \simeq \begin{cases} (f(\sqrt{x}, y))^2, & \text{ако } x \text{ е точен квадрат} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Докажете, че операторът  $\Gamma$  е компактен.  
б) Докажете, че за най-малката му неподвижна точка  $f_\Gamma$  е изпълнено:  
 $\forall x \forall y ((f_\Gamma(x, y))^2 \simeq f_\Gamma(x, y^2)).$

**Задача 2.** Дадена е следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, 0)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } Y = X \text{ then } 1 \text{ else } G(F(X, Y + 1), Y + 1, 0)$   
 $G(X, Y, S) = \begin{array}{ll} \text{if } Y = 0 \text{ then } S & \text{else} \\ \text{if } Y \equiv 0 \pmod{2} & \text{then } G(2X, Y/2, S) \\ & \text{else } G(X, Y - 1, S + X) \end{array}$

Докажете, че  $\forall x_{>0} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x!)$ .

**Задача 3.** Докажете, че  $D_V(R) \neq D_N(R)$  за следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, X)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } Y \equiv 0 \pmod{3} \text{ then } Y/3$   
 $\text{else } F(F(X, 2Y - 2), Y - 1)$

**Пожелаваме Ви успех:**  
**Екипът.**

вариант	ф. номер	група	поток	курс	от предишна година?
<b>В</b>					
Име:					

**Контролно по СЕП, 07.06.2011**  
**спец. Информатика, III курс, I поток**

**Задача 1.** Даден е следният оператор  $\Gamma$ :

$$\Gamma(f)(x, y) \simeq \begin{cases} 3 \cdot f(\sqrt{x}, y) + 2, & \text{ако } x \text{ е точен квадрат} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) Докажете, че операторът  $\Gamma$  е компактен.  
б) Докажете, че за най-малката му неподвижна точка  $f_\Gamma$  е изпълнено:  
 $\forall x \forall y (3 \cdot f_\Gamma(x, y) + 2 \simeq f_\Gamma(x, 3y + 2)).$

**Задача 2.** Дадена е следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, 1)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } Y = X + 1 \text{ then } 1 \text{ else } G(F(X, Y + 1), Y, 0)$   
 $G(X, Y, S) = \begin{array}{ll} \text{if } Y = 0 \text{ then } S & \text{else} \\ \text{if } Y \equiv 1 \pmod{2} & \text{then } G(2X, (Y - 1)/2, S + X) \\ & \text{else } G(2X, Y/2, S) \end{array}$

Докажете, че  $\forall x_{>0} (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) = x!)$ .

**Задача 3.** Докажете, че  $D_V(R) \neq D_N(R)$  за следната рекурсивна програма  $R$  в типа данни  $Nat$ :

$F(X, X)$  where  
 $F(X, Y) = \text{if } X \equiv 0 \pmod{3} \text{ then } X/3$   
 $\text{else } F(X + 1, F(2X + 2, Y))$

**Пожелаваме Ви успех:**  
**Екипът.**