вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Устен изпит по СЕП, 25.06.2017 г. (минали семестри)

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1$ е множеството на всички едноместни частични функции в естествените числа.

а) Докажете, че всеки компактен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Нека $f_0 \subseteq f_1 \subseteq \dots \subseteq f_n \subseteq \dots$ е монотонно растяща редица от функции в $\mathcal{F}_1$, а Γ е монотонен оператор. Докажете, че:

$$\bigcup_n \Gamma(f_n) \subseteq \Gamma(\bigcup_n f_n).$$

(**0,5 т.**)

Зад. 2. Нека сега $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е **непрекъснат** оператор ($\mathcal{F}_1$ е както в зад. 1).

а) Докажете, че Γ отново е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Да разгледаме редицата $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$, където $f_0 = \emptyset^{(1)}$ и $f_{n+1} = \Gamma(\Gamma(f_n))$. Докажете, че $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ е монотонно растяща и $\Gamma(\bigcup_n f_n) = \bigcup_n f_n$. (**1 т.**)

Зад. 3. Нека $\mathcal{A} = (A, \leq_1, a_0)$ и $\mathcal{B} = (B, \leq_2, b_0)$ са произволни области на Скот. Да означим с $\mathcal{F}$ множеството от всички тотални функции от A в B. За всяка $f, g \in \mathcal{F}$ да положим:

$$f \leq g \iff (\forall a \in A)[f(a) \leq_2 g(a)].$$

а) Дефинирайте подходяща функция f^0, така че тройката $(\mathcal{F}, \leq, f^0)$ да е област на Скот. Докажете, че това е така. (**0,75 т.**)

б) Нека сега $\mathcal{A} = (N_\perp^2, \sqsubseteq, (\perp, \perp))$, а $\mathcal{B} = (N_\perp, \sqsubseteq, \perp)$. За произволна монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \dots \sqsubseteq f_n \dots$ от функции в $\mathcal{F}$ докажете, че $\bigsqcup_n f_n$ е точна функция тогава и само тогава, когато за всяко n f_n е точна функция. (**0,75 т.**)

Успех! ⌣̈

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Устен изпит по СЕП, 25.06.2017 г. (минали семестри)

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1$ е множеството на всички едноместни частични функции в естествените числа.

а) Докажете, че всеки компактен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Нека $f_0 \subseteq f_1 \subseteq \dots \subseteq f_n \subseteq \dots$ е монотонно растяща редица от функции в $\mathcal{F}_1$, а Γ е монотонен оператор. Докажете, че:

$$\bigcup_n \Gamma(f_n) \subseteq \Gamma(\bigcup_n f_n).$$

(**0,5 т.**)

Зад. 2. Нека сега $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е **непрекъснат** оператор ($\mathcal{F}_1$ е както в зад. 1).

а) Докажете, че Γ отново е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Да разгледаме редицата $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$, където $f_0 = \emptyset^{(1)}$ и $f_{n+1} = \Gamma(\Gamma(f_n))$. Докажете, че $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ е монотонно растяща и $\Gamma(\bigcup_n f_n) = \bigcup_n f_n$. (**1 т.**)

Зад. 3. Нека $\mathcal{A} = (A, \leq_1, a_0)$ и $\mathcal{B} = (B, \leq_2, b_0)$ са произволни области на Скот. Да означим с $\mathcal{F}$ множеството от всички тотални функции от A в B. За всяка $f, g \in \mathcal{F}$ да положим:

$$f \leq g \iff (\forall a \in A)[f(a) \leq_2 g(a)].$$

а) Дефинирайте подходяща функция f^0, така че тройката $(\mathcal{F}, \leq, f^0)$ да е област на Скот. Докажете, че това е така. (**0,75 т.**)

б) Нека сега $\mathcal{A} = (N_\perp^2, \sqsubseteq, (\perp, \perp))$, а $\mathcal{B} = (N_\perp, \sqsubseteq, \perp)$. За произволна монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \dots \sqsubseteq f_n \dots$ от функции в $\mathcal{F}$ докажете, че $\bigsqcup_n f_n$ е точна функция тогава и само тогава, когато за всяко n f_n е точна функция. (**0,75 т.**)

Успех! ⌣̈

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Устен изпит по СЕП, 25.06.2017 г. (минали семестри)

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1$ е множеството на всички едноместни частични функции в естествените числа.

а) Докажете, че всеки компактен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Нека $f_0 \subseteq f_1 \subseteq \dots \subseteq f_n \subseteq \dots$ е монотонно растяща редица от функции в $\mathcal{F}_1$, а Γ е монотонен оператор. Докажете, че:

$$\bigcup_n \Gamma(f_n) \subseteq \Gamma(\bigcup_n f_n).$$

(**0,5 т.**)

Зад. 2. Нека сега $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е **непрекъснат** оператор ($\mathcal{F}_1$ е както в зад. 1).

а) Докажете, че Γ отново е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Да разгледаме редицата $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$, където $f_0 = \emptyset^{(1)}$ и $f_{n+1} = \Gamma(\Gamma(f_n))$. Докажете, че $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ е монотонно растяща и $\Gamma(\bigcup_n f_n) = \bigcup_n f_n$. (**1 т.**)

Зад. 3. Нека $\mathcal{A} = (A, \leq_1, a_0)$ и $\mathcal{B} = (B, \leq_2, b_0)$ са произволни области на Скот. Да означим с $\mathcal{F}$ множеството от всички тотални функции от A в B. За всяка $f, g \in \mathcal{F}$ да положим:

$$f \leq g \iff (\forall a \in A)[f(a) \leq_2 g(a)].$$

а) Дефинирайте подходяща функция f^0, така че тройката $(\mathcal{F}, \leq, f^0)$ да е област на Скот. Докажете, че това е така. (**0,75 т.**)

б) Нека сега $\mathcal{A} = (N_\perp^2, \sqsubseteq, (\perp, \perp))$, а $\mathcal{B} = (N_\perp, \sqsubseteq, \perp)$. За произволна монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \dots \sqsubseteq f_n \dots$ от функции в $\mathcal{F}$ докажете, че $\bigsqcup_n f_n$ е точна функция тогава и само тогава, когато за всяко n f_n е точна функция. (**0,75 т.**)

Успех! ⌣̈

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Устен изпит по СЕП, 25.06.2017 г. (минали семестри)

Зад. 1. Нека $\mathcal{F}_1$ е множеството на всички едноместни частични функции в естествените числа.

а) Докажете, че всеки компактен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Нека $f_0 \subseteq f_1 \subseteq \dots \subseteq f_n \subseteq \dots$ е монотонно растяща редица от функции в $\mathcal{F}_1$, а Γ е монотонен оператор. Докажете, че:

$$\bigcup_n \Gamma(f_n) \subseteq \Gamma(\bigcup_n f_n).$$

(**0,5 т.**)

Зад. 2. Нека сега $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ е **непрекъснат** оператор ($\mathcal{F}_1$ е както в зад. 1).

а) Докажете, че Γ отново е монотонен. (**0,5 т.**)

б) Да разгледаме редицата $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$, където $f_0 = \emptyset^{(1)}$ и $f_{n+1} = \Gamma(\Gamma(f_n))$. Докажете, че $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ е монотонно растяща и $\Gamma(\bigcup_n f_n) = \bigcup_n f_n$. (**1 т.**)

Зад. 3. Нека $\mathcal{A} = (A, \leq_1, a_0)$ и $\mathcal{B} = (B, \leq_2, b_0)$ са произволни области на Скот. Да означим с $\mathcal{F}$ множеството от всички тотални функции от A в B. За всяка $f, g \in \mathcal{F}$ да положим:

$$f \leq g \iff (\forall a \in A)[f(a) \leq_2 g(a)].$$

а) Дефинирайте подходяща функция f^0, така че тройката $(\mathcal{F}, \leq, f^0)$ да е област на Скот. Докажете, че това е така. (**0,75 т.**)

б) Нека сега $\mathcal{A} = (N_\perp^2, \sqsubseteq, (\perp, \perp))$, а $\mathcal{B} = (N_\perp, \sqsubseteq, \perp)$. За произволна монотонно растяща редица $f_0 \sqsubseteq f_1 \sqsubseteq \dots \sqsubseteq f_n \dots$ от функции в $\mathcal{F}$ докажете, че $\bigsqcup_n f_n$ е точна функция тогава и само тогава, когато за всяко n f_n е точна функция. (**0,75 т.**)

Успех! ⌣̈