Писмен изпит по Дискретни Структури, 04.02.15
спец. Информационни системи
ВАРИАНТ А

Задача 1. Нека A, B и C са множества. Докажете или опровергайте, че:

1. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.
2. $2^{(A \cap B) \cup C} = 2^{(A \cup C) \cap (B \cup C)}$.

Задача 2. С $3\mathbb{Z}$ означаваме всички цели числа, които се делят на 3. Нека R е релация над $\mathbb{R}$ дефинирана чрез

$$aRb \leftrightarrow a - b \in 3\mathbb{Z}.$$

1. Докажете, че R е релация на еквивалентност.
2. Напишете по четири различни елемента които принадлежат на класовете $[\frac{1}{2}]_R$ и $[\pi]_R$.

Задача 3. Дадена е функцията:
$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \quad f(n) = 1 - 3^{-n}$

1. Проверете дали f инекция, сюрекция или биекция.
2. Намерете $f^{-1}(A)$, където $A = (0, \frac{9}{10})$.

Задача 4. Докажете, че множеството от булевите функции на 5 аргумента, които запазват константата 0:

1. е равномощно с множеството от 31 буквените думи в азбуката $\{a, b\}$.
2. не е равномощно с множеството от всички думи които могат да се получат като разместим буквите в думата “парапланер”.

Задача 5. Нека F е множеството:

$$\{x|y \to z, \overline{x \leftrightarrow y}, x \vee (1 \to \overline{x})\}.$$

1. Проверете дали F е пълно.
2. Проверете дали F е базис.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Писмен изпит по Дискретни Структури, 04.02.15
спец. Информационни системи
ВАРИАНТ Б

Задача 1. Нека A, B и C са множества. Докажете или опровергайте, че:

1. $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.
2. $2^{(A \cup B) \cap C} = 2^{(A \cap C) \cup (B \cup C)}$.

Задача 2. С $5\mathbb{Z}$ означаваме всички цели числа, които се делят на 5. Нека R е релация над $\mathbb{R}$ дефинирана чрез

$$aRb \leftrightarrow a - b \in 5\mathbb{Z}.$$

1. Докажете, че R е релация на еквивалентност.
2. Напишете по четири различни елемента които принадлежат на класовете $[\frac{1}{7}]_R$ и $[5\pi]_R$.

Задача 3. Дадена е функцията:
$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \quad f(n) = 3^{-n}$

1. Проверете дали f инекция, сюрекция или биекция.
2. Намерете $f^{-1}(A)$, където $A = (\frac{1}{10}, 1)$.

Задача 4. Докажете, че множеството от булевите функции на 5 аргумента, които са самодвойнствени:

1. е равномощно с множеството от 32-буквените палиндроми в азбуката $\{a, b\}$.
2. не е равномощно с множеството от всички думи които могат да се получат като разместим буквите в думата “антилопата”.

Задача 5. Нека F е множеството:

$$\{(00110111), x \oplus y \oplus 1, x \wedge (x \to 0)\}.$$

1. Проверете дали F е пълно.
2. Проверете дали F е базис.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Писмен изпит по Дискретни Структури, 04.02.15
спец. Информационни системи
ВАРИАНТ В

Задача 1. Нека A, B и C са множества. Докажете или опровергайте, че:

1. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$.
2. $2^{(A \cap B) \setminus C} = 2^{(A \setminus C) \cap (B \setminus C)}$.

Задача 2. С $2\mathbb{Z}$ означаваме всички цели числа, които се делят на 2. Нека R е релация над $\mathbb{R}$ дефинирана чрез

$$aRb \leftrightarrow a - b \in 2\mathbb{Z}.$$

1. Докажете, че R е релация на еквивалентност.
2. Напишете по четири различни елемента които принадлежат на класовете $[\frac{3}{5}]_R$ и $[9\pi]_R$.

Задача 3. Дадена е функцията:
$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \quad f(n) = 2^{-n}$

1. Проверете дали f инекция, сюрекция или биекция.
2. Намерете $f^{-1}(A)$, където $A = (\frac{1}{3}, 1]$.

Задача 4. Докажете, че множеството от булевите функции на 4 аргумента, които запазват константата 1:

1. е равномощно с множеството от 15 буквените думи в азбуката $\{a, b\}$.
2. не е равномощно с множеството от всички думи които могат да се получат като разместим буквите в думата “барабаните”.

Задача 5. Нека F е множеството:

$$\{(x \vee y) \oplus z, \overline{xy \oplus x \oplus y \oplus 1}, x \vee (1 \to \overline{x})\}.$$

1. Проверете дали F е пълно.
2. Проверете дали F е базис.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Писмен изпит по Дискретни Структури, 04.02.15
спец. Информационни системи
ВАРИАНТ Г

Задача 1. Нека A, B и C са множества. Докажете или опровергайте, че:

1. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.
2. $2^{(A \cap B) \setminus C} = 2^{(A \setminus C) \cap (B \setminus C)}$.

Задача 2. С $4\mathbb{Z}$ означаваме всички цели числа, които се делят на 4. Нека R е релация над $\mathbb{R}$ дефинирана чрез

$$aRb \leftrightarrow a - b \in 4\mathbb{Z}.$$

1. Докажете, че R е релация на еквивалентност.
2. Напишете по четири различни елемента които принадлежат на класовете $[\frac{1}{9}]_R$ и $[\pi - 1]_R$.

Задача 3. Дадена е функцията:
$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \quad f(n) = 1 - 2^{-n}$

1. Проверете дали f инекция, сюрекция или биекция.
2. Намерете $f^{-1}(A)$, където $A = [0, \frac{8}{9})$.

Задача 4. Докажете, че множеството от булевите функции на 7 аргумента, които са линейни:

1. е равномощно с множеството от 16-буквените палиндроми в азбуката $\{a, b\}$.
2. не е равномощно с множеството от всички думи които могат да се получат като разместим буквите в думата “тополата”.

Задача 5. Нека F е множеството:

$$\{(11010100), (x \downarrow y) \oplus 1, x \wedge (x \to 0)\}.$$

1. Проверете дали F е пълно.
2. Проверете дали F е базис.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.