Първо контролно теория по Дискретни Структури
спец. Информационни системи 19.11.15
ВАРИАНТ А

Задача 1. С принципа на математическата индукция докажете, че $8^n - 3^n$ се дели на 5, за всяко $n \in \mathbb{N}$.

Задача 2. Нека A и B са множества. Дайте дефиниция на релацията "A е подмножество на B". Дефинирайте сечение и разлика на A и B. Докажете, че:
(a) Ако $C \subseteq A$ и $C \subseteq B$ и всеки път, когато $X \subseteq A$ и $X \subseteq B$, то $X \subseteq C$, тогава $C = A \cap B$.
(b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$, за произволно множество C.

Задача 3. Ако една релация $R \subseteq A \times A$ е рефлексивна, $R = R^{-1}$ и $R.R \subseteq R$, то докажете че R е релация на еквивалентност. Проверете дали $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q} \,\& a - b \in \mathbb{Z}\}$ е релация на еквивалентност и ако да, определете класовете ѝ на еквивалентност.

Задача 4. Дефинирайте кога една релация R е нестрога частична наредба. Нека R е релация в множеството на естествените числа $\mathbb{N}$ такава че : за всеки $a, b \in \mathbb{N}$ имаме $(a, b) \in R \iff \exists r \in \mathbb{N}^+ (b = a^r)$. Докажете, че R е нестрога частична наредба в $\mathbb{N}$. Посочете минимални и максимални елементи относно R, ако има такива.

Задача 5. Дефинирайте кога една функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ е инекция. Проверете дали функцията $f(n) = 2n + 1$ е инекция. Докажете, че множеството на нечетните числа е равномощно с множеството на четните числа.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Първо контролно теория по Дискретни Структури
спец. Информационни системи 19.11.15
ВАРИАНТ Б

Задача 1. С принципа на математическата индукция докажете, че $2^{2n} - 1$ се дели на 3 за всяко $n \in \mathbb{N}$.

Задача 2. Нека A, B са множества. Дайте дефиниция кога A е подмножество на B. Дефинирайте обединение и разлика на A и B. Докажете, че
(a) Ако $A \subseteq C$ и $B \subseteq C$ и всеки път, когато $A \subseteq X$ и $B \subseteq X$, то $C \subseteq X$, тогава $C = A \cup B$.
(b) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ за произволно множество C.

Задача 3. Дефинирайте кога фамилията $\{A_i\}_{i \in I}$, индексирана по I е разбиване на множеството A. Покажете как по всяко разбиване $\{A_i\}_{i \in I}$ на A може да се дефинира релация на еквивалентност в A, чиито класове на еквивалентност са точно множествата A_i. Посочете такава релация за разбиването на $\mathbb{N}$ на два класа четни и нечетни числа.

Задача 4. Ако релацията $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ е антисиметрична, то докажете, че R^{-1} също е антисиметрична. Нека релацията R в $\mathbb{N}$ е такава че : за всеки $a, b \in \mathbb{N}$ имаме $(a, b) \in R \iff \exists r \in \mathbb{N}^+ (b = a^r)$. Проверете дали е частична наредба и ако е, намерете минимални и максимални елементи, ако има.

Задача 5. Дефинирайте кога една функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ е инекция. Проверете дали функцията $f(n) = 3n + 1$ е инекция. Докажете, че множеството $3\mathbb{N} + 1 = \{3n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ е равномощно с множеството на четните числа.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Първо контролно теория по Дискретни Структури
спец. Информационни системи 19.11.15
ВАРИАНТ В

Задача 1. С принципа на математическата индукция докажете, че $8^n - 3^n$ се дели на 5, за всяко $n \in \mathbb{N}$.

Задача 2. Нека A и B са множества. Дайте дефиниция на релацията "A е подмножество на B". Дефинирайте сечение и разлика на A и B. Докажете, че:
(a) Ако $C \subseteq A$ и $C \subseteq B$ и всеки път, когато $X \subseteq A$ и $X \subseteq B$, то $X \subseteq C$, тогава $C = A \cap B$.
(b)$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$, за произволно множество C.

Задача 3. Ако една релация $R \subseteq A \times A$ е рефлексивна, $R = R^{-1}$ и $R.R \subseteq R$, то докажете че R е релация на еквивалентност. Проверете дали $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q} \,\& a - b \in \mathbb{Z}\}$ е релация на еквивалентност и ако да, определете класовете ѝ на еквивалентност.

Задача 4. Дефинирайте кога една релация R е нестрога частична наредба. Нека R е релация в множеството на естествените числа $\mathbb{N}$ такава че : за всеки $a, b \in \mathbb{N}$ имаме $(a, b) \in R \iff \exists r \in \mathbb{N}^+ (b = a^r)$. Докажете, че R е нестрога частична наредба в $\mathbb{N}$. Посочете минимални и максимални елементи относно R, ако има такива.

Задача 5. Дефинирайте кога една функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ е инекция. Проверете дали функцията $f(n) = 2n + 1$ е инекция. Докажете, че множеството на нечетните числа е равномощно с множеството на четните числа.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Първо контролно теория по Дискретни Структури
спец. Информационни системи 19.11.15
ВАРИАНТ Г

Задача 1. С принципа на математическата индукция докажете, че $2^{2n} - 1$ се дели на 3 за всяко $n \in \mathbb{N}$.

Задача 2. Нека A, B са множества. Дайте дефиниция кога A е подмножество на B. Дефинирайте обединение и разлика на A и B. Докажете, че
(a) Ако $A \subseteq C$ и $B \subseteq C$ и всеки път, когато $A \subseteq X$ и $B \subseteq X$, то $C \subseteq X$, тогава $C = A \cup B$.
(b) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ за произволно множество C.

Задача 3. Дефинирайте кога фамилията $\{A_i\}_{i \in I}$, индексирана по I е разбиване на множеството A. Покажете как по всяко разбиване $\{A_i\}_{i \in I}$ на A може да се дефинира релация на еквивалентност в A, чиито класове на еквивалентност са точно множествата A_i. Посочете такава релация за разбиването на $\mathbb{N}$ на два класа четни и нечетни числа.

Задача 4. Ако релацията $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ е антисиметрична, то докажете, че R^{-1} също е антисиметрична. Нека релацията R в $\mathbb{N}$ е такава че : за всеки $a, b \in \mathbb{N}$ имаме $(a, b) \in R \iff \exists r \in \mathbb{N}^+ (b = a^r)$. Проверете дали е частична наредба и ако е, намерете минимални и максимални елементи, ако има.

Задача 5. Дефинирайте кога една функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ е инекция. Проверете дали функцията $f(n) = 3n + 1$ е инекция. Докажете, че множеството $3\mathbb{N} + 1 = \{3n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ е равномощно с множеството на четните числа.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.