СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
ВТОРО РАВНИЩЕ
19 МАРТ 2017 г.

ТЕМА 1

Задача 1. Да се реши уравнението $|x| - \frac{5}{|x|} = -4.$

Задача 2. В успоредника $ABCD$ $AB > AD$ и $\sphericalangle BAD = 60^\circ$. Да се намерят дължините на страните на успоредника, ако периметърът му е равен на 22 и $BD = 7.$

Задача 3. Да се намерят три числа, които образуват намаляваща геометрична прогресия, ако е известно, че сборът им е $14,$ а сборът от квадратите им е $84.$

Задача 4. В правоъгълния триъгълник $ABC\left(\sphericalangle ACB = 90^\circ\right)$ върховете A, B и средите на катетите лежат на една окръжност. Да се намери дължината на радиуса на тази окръжност, ако $AB = 2.$

Задача 5. Да се намерят стойностите на реалния параметър $a,$ за които уравнението $a9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$ има два реални корена, единият от които е положителен, а другият отрицателен.

Задача 6. Основата на правилна триъгълна пирамида $ABCD$ е триъгълникът ABC с дължина на страната $AB = 2.$ Ъгълът между околна стена и основата на пирамидата има големина $45^\circ.$ През основен ръб на пирамидата е прекарана равнина, сключваща с равнината на основата ъгъл с големина $30^\circ.$ Да се намери лицето на полученото сечение.

Задача 7. В неравнобедрения триъгълник $ABC,$ $AL\,(\mathrm{L} \in \mathrm{BC})$ и $BN\,(\mathrm{N} \in \mathrm{AC})$ са ъглополовящи съответно на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC.$ Да се намери големината на $\sphericalangle ACB,$ ако $BN.AC = AL.BC.$

Задача 8. Нека реалните числа a и b са такива, че уравнението $\left(ax^2 + b\right)\left(ax^2 + a^2x + b\right) = 0$ има четири различни реални корена, сумата от квадратите на които е равна на 4. Да се намери най-голямата стойност на $b.$

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерирайте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!