



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“  
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА  
ВТОРО РАВНИЩЕ  
18 ЮНИ 2017 г.

ТЕМА 1

**Задача 1.** Да се пресметне границата  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+5}-1}{\sqrt{n-1}+1}$ .

**Задача 2.** В окръжност е вписан трапец  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ), за който  $O$  е пресечната точка на диагоналите,  $BC=1$  и  $\sphericalangle BAD=60^\circ$ . Да се намери лицето на трапеца, ако  $\sphericalangle COB=60^\circ$ .

**Задача 3.** Да се реши неравенството  $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x^2-2x}{x^2}} \geq 1$ .

**Задача 4.** В успоредника  $ABCD$  ( $\sphericalangle BAD < 90^\circ$ )  $AB=5$ , а височините  $DP$  ( $P \in AB$ ) и  $DQ$  ( $Q \in BC$ ) пресичат диагонала  $AC$  съответно в точки  $M$  и  $N$ . Да се намери дължината на диагонала  $BD$ , ако  $AM : MN : NC = 1 : 3 : 2$ .

**Задача 5.** Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които уравнението  $2 \lg(x+2) = \lg(2a(x+1))$  има единствен реален корен.

**Задача 6.** Даден е куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ръб  $AB = \sqrt{3}$  ( $ABCD$  е основа, а  $AA_1, BB_1, CC_1$  и  $DD_1$  са околни ръбове). Да се намерят ъгълът и разстоянието между правите  $AC$  и  $BC_1$ .

**Задача 7.** В остроъгълния триъгълник  $ABC$  окръжностите с центрове точките  $O_1, O_2$  и радиуси  $r_1=1$  и  $r_2=3$  се допират до страната  $AB$  съответно в точките  $A, B$  и минават през точката  $C$ . Да се намери дължината на страната  $AB$ , ако  $\sphericalangle ACB=60^\circ$ .

**Задача 8.** Да се реши уравнението  $4 \log_4 \left(6x^2 + \frac{3}{8x^2} + 13\right) = 2 \cos \left(\frac{5\pi}{14 + \sin(\pi x)}\right) + 7$ .

**Време за работа 4 часа.**

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!