



Софийски Университет „Св. Климент Охридски“

Математика – II равнище  
Примерна тема

**Задача 1.** Да се реши уравнението  $\frac{x-5}{x-2} + \frac{x-6}{5-x} = \frac{x^2-6x+7}{x^2-7x+10}$ .

**Задача 2.** Даден е правоъгълен триъгълник  $ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ) с медиана  $CM = \frac{5}{2}$  и височина  $CH = \frac{12}{5}$ . Да се намерят дължините на катетите на триъгълника.

**Задача 3.** Нека  $a_1, a_2, \dots, a_n$  е геометрична прогресия, за която  $a_1 + a_3 = 20$ ,  $a_2 + a_4 = 40$  и  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1020$ . Да се намери  $n$ .

**Задача 4.** Група от  $n$  деца си разделили кутия с бонбони. Първото дете взело 1 бонбон и още една десета от останалите в кутията бонбони. След него второто дете взело 2 бонбона и още една десета от останалите след това бонбони в кутията, и т.н., предпоследното дете взело  $n-1$  бонбона и още една десета от останалите след това бонбони в кутията. За последното дете в кутията останали  $n$  бонбона. Намерете броя  $n$  на децата, ако е известно, че първите две деца са взели по равен брой бонбони.

**Задача 5.** Дадена е правилна четириъгълна пирамида с основен ръб 4 и височина 2. Да се намери мярката на ъгъла между две съседни околни стени.

**Задача 6.** Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които уравнението  $x^2 + ax - \log_2(3 \cdot 2^{a^2} - 2) = 0$  има реални корени  $x_1 < a < x_2$ .

**Задача 7.** В окръжност е вписан четириъгълник  $ABCD$  със страни  $AB = 7$ ,  $CD = 1$  и взаимно перпендикулярни диагонали  $AC$  и  $BD$ . Да се намерят дължините на страните  $AD$  и  $BC$ , така че лицето на четириъгълника да е възможно най-голямо.

**Задача 8.** Нека  $a, b, c$  са реални числа и  $f(x) = x^2 + ax + b$ . Ако уравнението  $f(x) = 0$  има два различни реални корена, а уравнението  $(x^2 - 2x + c)^2 + a(x^2 - 2x + c) + b = 0$  няма реални корени, да се докаже, че  $f(c) > 1$ .