



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА II

24 април 2021 г.

ТЕМА №1.

Задача 1. Да се реши неравенството:

$$\frac{4}{x-1} + \frac{3x+1}{2-x} \leq \frac{15x-37}{x^2-3x+2}.$$

Задача 2. Дадена е окръжност k с радиус R . Хордите AB и CD са перпендикулярни и се пресичат в точка M . Да се намерят дължините на отсечката DM и диаметъра d на окръжността, при условие че $AM = 15$, $BM = 48$ и $CM = 20$.

Задача 3. В триъгълника ABC мерките на ъглите $\alpha = \sphericalangle BAC$, $\beta = \sphericalangle ABC$ и $\gamma = \sphericalangle ACB$ образуват в този ред аритметична прогресия. Да се намери дължината R на радиуса на описаната около триъгълника ABC окръжност, при условие че $BC = 2021$ и $2 \sin \alpha = \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right)$.

Задача 4. Даден е квадрат $ABCD$. Точките M и N лежат съответно върху страните AD и CD . Да се намерят лицето на квадрата S и дължината на диагонала му AC , при условие че $BM = 8$, $BN = 10$ и $MN = 6$.

Задача 5. Да се реши уравнението:

$$2^{4-2x} + 2^{2x} = 2^{2-x} + 2^x + 4.$$

Задача 6. Даден е триъгълник ABC . Точките A_1 и B_1 лежат съответно върху страните BC и AC , а AA_1 и BB_1 се пресичат в точката O . Да се намери лицето S_{ABC} на триъгълника ABC , при условие че лицата на триъгълниците AOB_1 , ABO и BOA_1 са съответно $S_{AOB_1} = 6$, $S_{ABO} = 12$ и $S_{BOA_1} = 9$.

Задача 7. Дадена е правилна четириъгълна призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основен ръб $AB = \sqrt{6}$ и височина $AA_1 = 9$. Равнина λ минава през върха A и точките B_2 , C_2 и D_2 , които лежат съответно върху ръбовете BB_1 , CC_1 и DD_1 , така че полученото сечение $AB_2 C_2 D_2$ е ромб с остър ъгъл α . Да се намерят ъгълът φ между λ и равнината на основата $ABCD$, както и отношението k на обемите на телата, на които равнината λ разделя призмата, при условие че $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Задача 8. Да се реши уравнението:

$$\sqrt[2021]{\frac{2x+2021}{x+4042}} + \sqrt[2021]{\frac{x+4042}{2x+2021}} = \cos \frac{(2021+x)\pi}{47} + \cos \frac{(2021-x)\pi}{43}.$$

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!