



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“  
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА II

30 май 2021 г.

ТЕМА №1

**Задача 1.** Да се реши неравенството

$$|x^2 - 44x + 43| \leq x^2 - 90x + 2021.$$

**Задача 2.** Точките  $M$  от страната  $AC$  и  $N$  от страната  $BC$  на триъгълник  $ABC$  са такива, че  $MN \parallel AB$ ,  $AM = 5$ ,  $BN = 8$  и  $MN = 14$ . Ако  $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ , намерете дължините на страните на триъгълника и неговото лице.

**Задача 3.** Да се реши уравнението

$$\sqrt[3]{x-7} + \sqrt[3]{35-x} = 4.$$

**Задача 4.** В остроъгълния триъгълник  $ABC$   $CH$  е височина, а  $G$  е пресечната точка на медианите. Пресечната точка на симетралата на отсечката  $AC$  с отсечката  $CH$  е точка  $M$ , като триъгълниците  $ABG$  и  $ABM$  са равнолицеви, а симетралата на отсечката  $BC$  минава през  $H$ . Намерете мерките на ъглите на  $\triangle ABC$ .

**Задача 5.** Да се реши неравенството  $\log_3(9^x - 1) < x - 1 + \log_3(3^x + 1)$ ;

**Задача 6.** Да се пресметне лицето на трапеца  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), ако  $AB = 39$ ,  $AD = 25$ ,  $BC = 26$ ,  $BD = 40$ .

**Задача 7.** Основата на триъгълната пирамида  $ABCD$  е триъгълник  $ABC$  със страни  $AB = 10$ ,  $BC = 8$  и  $AC = 6$ . Ортогоналната проекция върху основата  $ABC$  на върха на пирамидата  $D$  съвпада с центъра на описаната около пирамидата сфера. Точка  $M$  от отсечката  $AC$  е такава, че  $V_{ABMD} : V_{MBVD} = 1 : 2$ . Намерете косинуса на ъгъла, който сключват помежду си равнините  $MVD$  и  $ABC$ .

**Задача 8.** Да се намери най-голямата стойност на функцията  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$  в множеството от решенията на уравнението  $\sqrt{3} \operatorname{tg} x = 4 \sin x - 1$ .

**Време за работа 4 часа.**

*Драги кандидат-студенти,*

- номерирайте всички страници на беловата си;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- черновата не се проверява и не се оценява.

*Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!*