



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

11 юни 2022 г.

ТЕМА №1.

Отговорите на задачите от 1. до 10. включително отбелязвайте в листа за отговори!

Задача 1. Кое от посочените числа е най-голямо:

- А) 1,7                      Б)  $\sqrt{3}$                       В)  $\frac{21}{13}$                       Г)  $\sqrt[3]{5}$

Задача 2. Изразът  $A = (3 - \log_5 500) \cdot (\log_4 400 - 2) + \log_4 32$  е равен на:

- А)  $\frac{1}{2}$                       Б) 1                      В) 2                      Г)  $\frac{5}{2}$

Задача 3. Допустимите стойности за  $x$  в израза  $\frac{\sqrt{16-x^2}}{2-\sqrt{x+3}}$  са:

- А)  $x \in [-4; 4]$                       Б)  $x \in (-3; 4]$                       В)  $x \in [-3; \infty)$                       Г)  $x \in [-3; 1) \cup (1; 4]$

Задача 4. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корените на уравнението  $15x^2 - 28x + 12 = 0$ , то стойността на израза  $B = \frac{1}{2-x_1} + \frac{1}{2-x_2}$  е равна на:

- А) 2                      Б) 2,5                      В) 4                      Г) 5,6

Задача 5. Изразът  $\frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$  за  $\alpha \in [0; \frac{\pi}{4}]$  е тъждествено равен на:

- А)  $\cos \frac{\alpha}{2}$                       Б)  $\sin \frac{\alpha}{2}$                       В)  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$                       Г)  $\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$

Задача 6. Даден е  $\triangle ABC$ . Върху страната  $AB$  са избрани точките  $D$  и  $E$ , като  $AD = 3$ ,  $DE = 4$  и  $EB = 5$ . Точката  $F$  лежи върху страната  $AC$  и  $AF = 5$ ,  $CF = 4$ . Ако  $S_{DEF}$  и  $S_{BCE}$  са съответно лицата на триъгълниците  $DEF$  и  $BCE$ , тогава отношението  $S_{DEF} : S_{BCE}$  е равно на:

- А) 1 : 2                      Б) 4 : 9                      В) 7 : 18                      Г) 1 : 3

Задача 7. В  $\triangle ABC$  е дадено  $AC = BC = 13$ ,  $AB = 10$  и точка  $H$  е средата на страната  $AB$ . В  $\triangle ACH$  е вписана окръжност с център  $Q$ . Дължината на отсечката  $BQ$  е равна на:

- А) 5                      Б)  $2\sqrt{7}$                       В) 6                      Г)  $\sqrt{53}$

Задача 8. В правоъгълника  $ABCD$  точката  $M$  от диагонала  $AC$  е такава, че  $AM = 18$  и  $CM = 2\sqrt{3}$ . Ако  $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ , тогава тангенсът на  $\sphericalangle ABM$  е равен на:

- А) 2                      Б)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$                       В) 3                      Г)  $\frac{9}{2}$

Задача 9. В равнината е въведена правоъгълна координатна система. Дължината на перпендикуляра от точката  $M(5, 0)$  до правата с уравнение  $y = 2x$ , е равна на:

- А) 4                      Б)  $2\sqrt{5}$                       В)  $4\sqrt{3}$                       Г)  $5\sqrt{2}$

Задача 10. С буквите от българската азбука  $\{\mathbf{а, б, в, г, д, е, ж, з, и}\}$  са образувани всички възможни 5-буквени думи без повтарящи се букви. Вероятността в случайно избрана дума от горния вид, буквите да се редуват по следния начин

**съгласна – гласна – съгласна – гласна – съгласна**

е равна на:

- А)  $\frac{1}{5}$                       Б)  $\frac{1}{9}$                       В)  $\frac{1}{4}$                       Г)  $\frac{1}{21}$

**Отговорите на задачите от 11. до 12. включително запишете в листа за отговори!**

**Задача 11.** Да се реши системата

$$\begin{cases} (x^2 - y^2)(x + y) = 117, \\ x - y = 13. \end{cases}$$

**Задача 12.** Даден е трапец  $ABCD$  с основи  $AB = 10$ ,  $CD = 5$  и диагонал  $BD = 6$ . Ъглополовящата на  $\sphericalangle ABD$  пресича бедрото  $AD$  в точка  $L$ , като  $DL = 3$ . Да се намери периметърът на трапеца  $ABCD$ .

**Пълните решения на задачи 13., 14., 15. и 16. запишете в свитъка за решения!**

**Задача 13.** Да се реши уравнението

$$4^x - 3^{2x+1} = 2 \cdot 6^x.$$

**Задача 14.** Числата  $a, b, c$ , взети в този ред, образуват растяща аритметична прогресия. Да се намерят числата  $a, b, c$ , ако сумата им е равна на 12, а сумата от квадратите им е равна на 146.

**Задача 15.** За  $\triangle ABC$  е дадено  $AB = 5$ ,  $AC = 4$  и радиусът на описаната окръжност  $R = \sqrt{7}$ . Да се намерят дължината на страната  $BC$  и лицето на триъгълника.

**Задача 16.** В сфера с радиус  $R = 3$  е вписана правилна дванадесетоъгълна пирамида с височина  $h$ . Намерете при каква стойност на  $h$  обемът на пирамидата е възможно най-голям.

---

**Време за работа 4 часа.**

*Драги кандидат-студенти,*

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка от задачите от 13. до 16., включително;
- решението на всяка от задачите от 13. до 16., включително, трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

**Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!**