



# СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

## ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

11 юни 2023 г.

### ТЕМА №1.

Отговорите на задачите от 1. до 10. включително отбелязвайте в листа за отговори!

**Задача 1.** Най-малкото от числата е:

- А) 0,8                      Б)  $\sqrt{2}$                       В)  $\frac{9}{11}$                       Г)  $\frac{1601}{2001}$

**Задача 2.** Най-голямата стойност на квадратния тричлен  $y(x) = -x^2 + 4x - 5$  за  $x \in [-2, 1]$  е:

- А) 0                      Б) -2                      В) -13                      Г) -1

**Задача 3.** Нека  $a_1, a_2, a_3, a_4$  е геометрична прогресия, за която  $a_1 + a_2 + a_3 = 13$  и  $a_2 + a_3 + a_4 = 39$ . Да се намери  $a_4$ .

- А) 25                      Б) 30                      В) 21                      Г) 27

**Задача 4.** Броят на различните решения на уравнението  $|2x^2 - 10x + 1| = 11,5$  е равен на:

- А) 1                      Б) 2                      В) 3                      Г) 4

**Задача 5.** Ако корените на уравнението  $6x^2 - x - 1 = 0$  са  $x_1$  и  $x_2$ , то стойността на израза  $x_1^4 x_2 + x_1 x_2^4$  е равна на:

- А)  $-\frac{19}{1296}$                       Б)  $-\frac{1}{72}$                       В)  $-\frac{35}{1296}$                       Г)  $\frac{19}{1296}$

**Задача 6.**  $\triangle ABC$  е равнобедрен, като  $\sphericalangle ACB = 120^\circ$  и радиусът на описаната около  $\triangle ABC$  окръжност е равен на 10. Намерете дължината на страната  $AC$ .

- А)  $5\sqrt{3}$                       Б) 10                      В) 15                      Г)  $10\sqrt{3}$

**Задача 7.** Точките  $M$  и  $N$  са средите на страните  $CD$  и  $AD$  на квадрата  $ABCD$ . Нека  $AM$  и  $CN$  се пресичат в точка  $P$ . Ако лицето на четириъгълника  $DNPM$  е равно на 1, то страната  $AB$  има дължина:

- А) 2                      Б)  $\sqrt{6}$                       В)  $2\sqrt{2}$                       Г) 3

**Задача 8.** Триъгълникът  $\triangle ABC$  има страни  $AC = 5$  и  $BC = 8$ . Ъглополовящите  $AA_1$  и  $BB_1$  се пресичат в точка  $I$ . Намерете  $AB$ , ако четириъгълникът  $A_1CB_1I$  е вписан в окръжност.

- А)  $\sqrt{129}$                       Б) 8                      В) 5                      Г) 7

**Задача 9.** В правоъгълна координатна система са дадени правите  $m : 2x + 3y - 10 = 0$ ,  $n : 3x + 5y - 13 = 0$  и  $p : x + y - 5 = 0$ . Намерете разстоянието от пресечната точка на правите  $m$  и  $n$  до правата  $p$ .

- А)  $\sqrt{2}$                       Б) 1                      В)  $2\sqrt{2}$                       Г) 2

**Задача 10.** Гошо има в джоба си 3 монети по 10 ст., 4 монети по 20 ст., 3 монети по 50 ст. и 3 монети по 1 лв. Той изважда едновременно три монети по случаен начин. Каква е вероятността трите монети да са на обща стойност 1,20 лв?

- А)  $\frac{12}{143}$                       Б)  $\frac{1}{13}$                       В)  $\frac{1}{11}$                       Г)  $\frac{21}{286}$

**Отговорите на задачи 11. и 12. запишете в листа за отговори!**

**Задача 11.** Решенията на неравенството  $\log_{x-1}(5-x) \geq 2$  са:

**Задача 12.** В успоредника  $ABCD$  с  $\sphericalangle BAD < 90^\circ$  са построени височините  $CM$  (точка  $M$  е от правата  $AD$ ) и  $CL$  (точка  $L$  е от правата  $AB$ ). Да се намери разстоянието от точката  $L$  до правата  $MC$ , ако  $BC = 8$  и  $CL = 4$ .

**Пълните решения на задачи 13., 14., 15. и 16. запишете в свитъка за решения!**

**Задача 13.** Решете уравнението

$$\cos 4x + \sqrt{3} \sin 4x = 2.$$

**Задача 14.** За кои стойности на  $a$  функцията  $f(x) = ax^2 + 2x + a + 1$  приема неотрицателни стойности за всяко  $x \in \mathbb{R}$ ?

**Задача 15.** Даден е ромб  $ABCD$  с диагонали  $AC = 4$  и  $BD = 4\sqrt{3}$ . Вписаната в ромба окръжност допира страните  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  в точките  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  съответно. Намерете лицето на четириъгълника  $MNPQ$ .

**Задача 16.** Намерете максималния възможен обем на прав кръгов цилиндър, чиято пълна повърхнина е равна на  $120\pi$ .

---

**Време за работа 4 часа.**

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка от задачите от 13. до 16., включително;
- решението на всяка от задачите от 13. до 16., включително, трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

**Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!**