СУ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“ – ФМИ
НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА
„ТУРНИР ПРОФ. БОРИСЛАВ БОЯНОВ”
ПЪРВИ КРЪГ, 20.02.2016 г.

Задача 1. Да се реши уравнението $x-6=\sqrt{x}$.

Задача 2. В триъгълник ABC $\sphericalangle BAC=120^\circ$, а радиусите на вписаната окръжност и описаната окръжност имат дължини съответно $\sqrt{3}$ и $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. Да се намерят дължините на страните на триъгълника.

Задача 3. Да се реши неравенството $3^{x^2+14}\lg\left(x^2+1\right)\le 3^{9x}\lg\left(x^2+1\right)$.

Задача 4. В успоредника $ABCD$ $(AC>BD)$ са построени перпендикулярите CE $(E\in AB)$ и CL $(L\in AD)$. Да се пресметне стойността на израза $\frac{AB.AE+AD.AL}{AC^2}$.

Задача 5. Да се реши системата $\left|\begin{array}{l}\left(x^2+y^2\right)\left(x+y\right)=\frac{15}{2}xy\\ \left(x^4+y^4\right)\left(x^2+y^2\right)=\frac{85}{8}x^3y^3\end{array}\right.$.

Задача 6. Върху страните AD и CD на квадрата $ABCD$ са взети съответно точки P и Q такива, че $DP=DQ$. Ако правата DM $(M\in PC)$ е перпендикулярна на правата PC, да се намери големината на $\sphericalangle BMQ$.

Задача 7. В правилна триъгълна пирамида околна стена сключва с равнината на основата ъгъл, чийто косинус е равен на $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Да се намери големината на ъгъла, който сключват две околни съседни стени.

Задача 8. Нека реалните числа x и y са решения на уравнението
$$\lg\left(x-1\right)+\lg\left(x-3\right)=\lg\left(y+1\right)+\lg\left(2-y\right).$$
Да се намери най-голямата стойност на $6x+4y$.

Време за работа 4 часа.
Журито Ви желае успешна работа!