

Софийски Университет “Св. Климент Охридски”
Писмен конкурсен изпит по математика, 12 юли 2007г.

ТЕМА 1

- Задача 1.** Да се реши уравнението $x + \sqrt{x-1} = 7$.
- Задача 2.** Даден е триъгълник ABC със страни $AC = 5$, $BC = 4$ и ъглополовяща $CL = \frac{10}{3}$ ($L \in AB$). Да се намери дължината на страната AB .
- Задача 3.** Да се реши уравнението $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x = 3$.
- Задача 4.** Даден е трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$), в който може да се впише окръжност и около който може да се опише окръжност. Да се намерят дължините на страните на трапеца, ако периметърът и лицето му са съответно равни на 20 и 15.
- Задача 5.** Да се реши неравенството $\log_x \left(\frac{4x-6}{x-1} \right) < 1$.
- Задача 6.** Да се намерят най-малката стойност и най-голямата стойност на функцията
- $$f(x) = \sin 3x + 10 \sin x.$$
- Задача 7.** В окръжност е вписан четириъгълник $ABCD$ със страни $AB = 7$, $CD = 1$ и взаимно перпендикулярни диагонали AC и BD . Да се намерят дължините на страните AD и BC , така че лицето на четириъгълника да е възможно най-голямо.
- Задача 8.** Допирателните към графиката на функцията $f(x) = 2x^2 - 2x + 3$ в точката A с абсциса 0 и в точката B с абсциса 1 се пресичат в точка C . Да се пресметне лицето на триъгълника ABC .
- Задача 9.** Дадена е четириъгълна пирамида $ABCDM$ с основа $ABCD$ и връх M . Околната стена ABM е перпендикулярна на основата, всички околни стени имат равни лица и всички околни ръбове имат дължина $\sqrt{5}$. Да се пресметне обемът на пирамидата.
- Задача 10.** Измежду всички квадратни функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, удовлетворяващи условията $|f(-1)| \leq 1$ и $|f(1)| \leq 1$, да се намерят тези, които имат възможно най-малка дискриминанта.

Време за работа - 5 часа

Драги кандидат-студенти,

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!