Име:.. ФN:................ Гр.:.......

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
от максимално	40	20	20	20	20	120

За отлична оценка са достатъчни 100 точки. Точките над 100 са бонус, който не се губи.

Зад. 3 Представете си лабиринт, който се състои от стаи и коридори между стаите. Коридорите са еднопосочни: във всеки коридор може да се върви само в едната посока и никога в обратната посока. Знае се, че в този лабиринт е невъзможно да се въртим в кръг; тоест, ако напуснем дадена стая през някакъв коридор, излизащ от нея, няма как да се върнем в нея повече. Даден е лабиринтът като множеството от стаите $\{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$ и множеството от коридорите, като всеки коридор е наредена двойка (r_i, r_j) от началната си и крайната си стая.

Предложете ефикасен алгоритъм, който по дадени стаи r_p и r_q връща броя на различните начини да тръгнем от стая r_p и да пристигнем в стая r_q, движейки се в лабиринта. Обосновете накратко коректността и сложността по време.

Зад. 4 Контекстно-свободна граматика (КСГ) е наредена четворка $\Gamma = \langle \Sigma, N, S, R \rangle$, където Σ е крайно множество от терминали (Σ е азбуката), N е крайно множество от нетерминали, такова че $N \cap \Sigma = \emptyset$, $S \in N$ е фиксиран нетерминал, наречен начален нетерминал, и R е множеството от правила (още се наричат продукции) от вида $A \to X$, където A е нетерминал, а $X \in (\Sigma \cup N)^*$. Формално, R е бинарна релация $R \subseteq N \times (\Sigma \cup N)^*$. Дефинираме бинарната релация $\Rightarrow \subseteq (\Sigma \cup N)^* \times (\Sigma \cup N)^*$ така:

$$x \Rightarrow z \stackrel{\text{def}}{\leftrightarrow} \exists A \in N \; \exists x_1, x_2 \in (\Sigma \cup N)^* \; (x = x_1 A x_2 \text{ и има правило } A \to \alpha \text{ и } z = x_1 \alpha x_2)$$

Релацията $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ е рефлексивното и транзитивно затваряне на $\Rightarrow$. Ако $x \stackrel{*}{\Rightarrow} y$, казваме, че има *деривация от* x *до* y *в* Γ. За всеки $y \in \Sigma^*$ казваме, че y *има деривация в* Γ, ако $S \stackrel{*}{\Rightarrow} y$.

КСГ е в Нормална Форма на Чомски (пишем кратко КСГНФЧ), ако всички правила са от вида $A \to BC$ или $A \to a$ или $S \to \epsilon$, където A, B и C са нетерминали, a е терминал, а ϵ е празният стринг.

Предложете ефикасен алгоритъм, който по дадена КСГНФЧ $\Gamma = \langle \Sigma, N, S, R \rangle$ и $y \in \Sigma^*$ връща 1, ако y има деривация в Γ, или 0 в противен случай. Дайте съвсем кратка обосновка на коректността и сложността по време на предложения от Вас алгоритъм. Приемете, че размерът на Γ е $O(1)$.

Зад. 5 Докажете, че следната задача е **NP**-пълна. Дадено е множество A от p софтуерни приложения. Дадено и е множество B от q "способности" (capabilities), като всяко приложение притежава една или повече от тези способности. Дадено е и число k. Пита се дали има подмножество $X \subseteq A$, такова че обединението от способностите на всички приложения в X е точно B и $|X| \leq k$.