

Име: Ф№: Група:

Зад.	1	2	3	Общо на част 1
точки				
от макс.	20	20	20	60

Всяка от двете части на изпита съдържа по три задачи и всяка задача е 20 точки. За отлична оценка са достатъчни общо 100 точки. Ако имате над 100 точки, това е бонус за Вас.

Обосновете добре отговорите си.

Задача 1 Нека $A = \{100, 101, \dots, 199\}$. Нека B е произволно подмножество на A , такова че $|B| = 52$. Докажете, че B съдържа две числа, чиято сума е 300.

Упътване: групирайте числата от A по двойки, така че сумата на числата във всяка двойка да е 300. Колко такива двойки има? Колко числа от A не участват в такава двойка? Как можете да приложите принципа на Дирихле?

Задача 2 Числата на Фибоначи се дефинират така: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ за $n \geq 2$. Докажете, че

$$\forall n \geq 1 : \sum_{i=1}^n F_i = F_{n+2} - 1$$

Задача 3 Дадени са три номерирани пръта.

2 т. а) По колко начина можем да нанижем 11 еднакви диска върху тези пръти? Дайте числен отговор.

18 т. б) По колко начина можем да нанижем 11 еднакви бели диска и 19 еднакви черни диска върху тези пръти? Няма нужда да давате числен отговор. Отговор-формула е достатъчен.