НЕПЪЛНИ 6-ДЪГИ В ДЕЗАРГОВА ПРОЕКТИВНА РАВНИНА ОТ РЕД 9

Чавдар Лозанов

При изучаване на геометрията на една крайна проективна равнина изследването на непълните дъги представлява самостоятелен интерес, тъй като дава възможност да бъдат класифицирани дъгите от даден вид, а, от друга страна, е особено важно за изучаването на съдържащите ги пълни дъги, които са аналози на коничните сечения в крайните проективни равнини.

В настоящата статия са изследвани и класифицирани всички непълни 6-дъги в дезаргова проективна равнина от ред 9.

Нека π_n е крайна проективна равнина от ред n. Съвкупността C_k от k точки $(3 \leq k \leq n+2)$, никои три от които не са колинеарни, се нарича k-дъга. Правите, които съдържат 2, 1 и 0 точки от C_k, се наричат съответно секанти, тангенти и външни прави на C_k. Казваме, че C_k е непълна дъга, ако тя се съдържа поне в една $k+1$-дъга. Очевидно C_k е непълна точно тогава, когато съществува поне една точка от π_n, през която не минава нито една секанта на C_k. Казваме, че две дъги C_k и C'_k са изоморфни, когато съществува колинеация в π_n, която довежда едната дъга в другата.

Ще въведем следните означения:

Нека X е точка от π_n, $X \notin C_k$. С $s(X)$ означаваме броя на секантите на C_k през точка X. Очевидно имаме

$$0 \leq s(X) \leq m = \left[\frac{k}{2}\right].$$

Означаваме още

$$S_i = S_i((k) = \{X : X \notin C_k,\ s(X) = i\},$$
$$s_i = s_i(C_k) = |S_i|$$

и за произволна права от π_n, l:

$$L_i = L_i(C_k) = l \cap S_i(C_k), \quad l_i = l_i(C_k) = |L_i|.$$

Ако l е секанта на C_k и $l_m \geq 2$, то l наричаме диаметър на C_k.

От формулите [1,3.2 (30), (31)] получаваме:

$$(1)\qquad \sum_{i=0}^{m} l_i = \begin{cases} n & \text{— ако } l \text{ е тангента,} \\ n+1 & \text{— ако } l \text{ е външна права,} \end{cases}$$

$$(2)\qquad \sum_{i=0}^{m} i l_i = \begin{cases} \binom{k-1}{2} & \text{— ако } l \text{ е тангента,} \\ \binom{k}{2} & \text{— ако } l \text{ е външна права.} \end{cases}$$

В [2] беше доказано, че за произволна 6-дъга в проективна равнина от ред 9 важат равенствата

$$(3)\qquad s_0(C_6) = 10 - s_3(C_6),$$

$$(4)\qquad s_1(C_6) = 30 - 3s_3(C_6),$$

$$(5)\qquad s_2(C_6) = 45 - 3s_3(C_6).$$

От тези равенства се вижда, че можем да класифицираме непълните 6-дъги в π_9 според броя на точките на множеството $S_3(C_6)$. Тъй като една 6-дъга е непълна, когато $s_0 > 0$, то от (3) следва, че $s_3 < 10$. Следователно в π_9 може да има непълни 6-дъги, за които $s_3 = 0, 1, \ldots, 9$.

Въвеждаме в π_9 координати над полето GF(9), чиито елементи сме означили с $0, \pm 1, \pm a, \pm b, \pm c$.

Накрая да означим точките на произволна 6-дъга в π_9 така:

$$C_6 = \{A, B, C, D, E, F\}$$

и освен това

$$P = AB \cap CD, \quad Q = AC \cap BD, \quad R = AD \cap BC,$$
$$S = PQ \cap BC, \quad T = PQ \cap AD.$$

1. Ще докажем, че в π_9 за всяка 6-дъга $s_3 > 0$.

Да допуснем, че съществува C_6, за която $s_3 = 0$. Тогава от (3) имаме, че $s_0(C_6) = 10$. Да разгледаме множеството $S_0(C_6)$. Ще покажем, че S_0 трябва да бъде овал в π_9. За целта е достатъчно да покажем, че никои три от точките на S_0 не са колинеарни.

Наистина да допуснем, че с някоя права l са инцидентни поне три точки от S_0, т. е. $l_0 \geqq 3$. Очевидно l може да бъде само тангента или външна права за C_6.

Нека l е външна права. От формулите (1) и (2) получаваме

$$l_0 + l_1 + l_2 = 10, \quad l_1 + 2l_2 = 15.$$

Следователно $l_2 \leqq 7$ и $l_0 = l_2 - 5 \leqq 2$.

Нека l е тангента. Пак от (1) и (2) имаме

$$l_0 + l_1 + l_2 = 9, \quad l_1 + 2l_2 = 10.$$

Оттук $l_2 \leqq 5$ и $l_0 = l_2 - 1 \leqq 4$.

Следователно, ако с някоя права l са инцидентни повече от две точки на $S_0(C_6)$, то l е тангента на C_6. Тъй като $l_0 \geqq 3$, то $l_2 \geqq 4$. Да

означим точките на C_6 така, че l да е тангента през F и $R \in L_2$. Ако изберем точките A, B, C, D за координатни върхове, правата l ще има координати $[1, -1, p]$, където $p \neq 0$, а произволна точка $X \in l$, $X \neq R$ ще има координати $(x, x+p, 1) = (x)$.

Означаваме $l \cap AB = R_1(0)$, $l \cap AC = R_2(-p)$, $l \cap BO = R_3(1)$, $l \cap CD = R_4(1-p)$.

Нека точката E има координати $(x, y, 1)$. Тогава

$$l \cap AE = Z_1\left(\frac{xp}{y-x}\right), \quad l \cap BE = Z_2(x),$$

$$l \cap CE = Z_3(y-p), \quad l \cap DE = Z_4\left(p\frac{x-1}{y-x}+1\right).$$

Тъй като $l_2 \geqq 4$, то поне три от точките Z_i трябва да съвпадат с някои три от точките R_i. Очевидно възможни са следните съвпадения:

$$Z_1 = R_3;\ R_4, \quad Z_2 = R_2;\ R_4, \quad Z_3 = R_1;\ R_3, \quad Z_4 = R_1;\ R_2.$$

При $E_1 = (-a, b, 1)$, $l_1 = (1, -1, b)$ и $F_2 = (a, -c, 1)$, $l_2 = (1, -1, -c)$ имаме едновременно

$$Z_1 = R_3, \quad Z_2 = R_4, \quad Z_3 = R_1, \quad Z_4 = R_2.$$

При $E_3 = (-c, a, 1)$, $l_3 = [1, -1, -b]$ и $E_4 = (b, -a, 1)$, $l_4 = [1, -1, c]$ имаме едновременно

$$Z_1 = R_4, \quad Z_2 = R_2, \quad Z_3 = R_3, \quad Z_4 = R_1.$$

Във всички останали случаи получаваме, че точката E трябва да лежи на някоя от страните на четириъгълника $ABCD$, което е невъзможно.

Да означим $F_i^0 = l_i \cap PQ$, $F_i^1 = l_i \cap AS$, $F_i^2 = l_i \cap BT$, $F_i^3 = l_i \cap CT$, $F_i^4 = l_i \cap DS$.

Тъй като точките F_i^j са различни от точките R_i $(i = 1, \ldots, 4$, $j = 0, 1, \ldots, 4)$, то F може да бъде коя да е от тях. Но 6-дъгите

$$C_i^j = \{A, B, C, D, E_i, F_i^j\}$$

са изоморфни помежду си.

Наистина, като вземем пред вид, че E_i, F_1^0 лежат на правата PQ, а D, F_i^2 лежат на правата $(AC \cap BE_i)(AE_i \cap BC)$, можем да определим следните хармонични хомологии:

$$\varphi_1 \begin{cases} \text{център } P \\ \text{ос } QR \\ A \to B \end{cases}, \quad \varphi_2 \begin{cases} \text{център } S \\ \text{ос } AD \\ B \to C \end{cases}, \quad \varphi_3 \begin{cases} \text{център } R \\ \text{ос } PQ \\ A \to D \end{cases}, \quad \chi_i \begin{cases} \text{център } R_1 \\ \text{ос } DF_i^2 \\ A \to B \end{cases}.$$

Тези хомологии запазват $\{A, B, C, D\}$ и трансформират двойката $E_1 F_1^0$ в коя да е от двойките $E_i F_i^j$.

Следователно всички 6-дъги с тангента l, за която $l_0 \geqq 3$, са изоморфни с дъгата C_1^0. Но очевидно $P, Q \in S_3(C_1^0)$ и следователно $s_3(C_1^0) \geqq 2$. Това противоречи на предположението $s_3 = 0$, откъдето следва, че никои

три от точките на $S_0(C_6)$ не са колинеарни. Тъй като $s_0(C_6)=10$, то S_0 е овал в π_9. Да означим овала S_0 с o.

Ще докажем, че ако $A \in C_6$, то $A \in S_5(o)$.

Наистина през A минават 5 секанти на C_6, всяка от които е външна права за o. Но само през точките на $S_5(o)$ минават по 5 външни прави на o. Следователно $A \in S_5(o)$.

И така, ако $s_3(C_6)=o$, то точките на C_6 са от $S_5(o)$, а секантите ѝ са външни прави на o.

Ще докажем, че не съществуват 6 точки от $S_5(o)$, никои три от които не са колинеарни, такива, че съединителните им прави да бъдат външни прави за o.

Нека $A_1B \in C_6$. Тогава $l=AB$ е външна права за o, а останалите точки на C_6 са някои четири пресечни точки на външните прави през A и B, никои три от които не са колинеарни.

В [2] е доказано, че групата на колинеациите, запазващи o, е транзитивна върху $S_5(o)$ и съществува колинеация от тази група, която довежда дадена външна права в коя да е друга външна права.

Следователно точка A може да бъде коя да е точка на $S_5(o)$, а секантата l — коя да е външна права на o през A.

Нека a е полярата на A спрямо o. Хармоничната хомология φ с център A, ос a, която запазва o, запазва l и следователно $L_s(o)$. Да означим точките на $L_s(o)$ с B, $B'=(B)_\varphi$, B^*, $B^{*\prime}=(B^*)_\varphi$. Следователно достатъчно е да разгледаме 6-дъгите C и C^*, които съдържат съответно точките A, B и A, B^*.

Тъй като в π_9 всички овали са изоморфни, без ограничение на общността предполагаме, че o е овалът с уравнение $xy=t^2$, $A=(b, 1, 0)$, $l=[1, -b, 0]$, $B=(1, c, 1)$ и $B^*=(1, c, b)$.

Сега лесно се проверява, че единствените четири пресечни точки на външните прави през A и B, принадлежащи на $S_5(o)$, никои три от които не са колинеарни, са точките

$$C=(-a, 1, 1),\ D=(b, b, 1),\ E=(-a, -1, 1),\ F=(-b, b, 1),$$

а за A и B^* получаваме точките

$$C^*=(-b, -b, 1),\quad D^*=(a, -1, 1),\quad E^*=(-a, -1, 1),\quad F^*=(-b, b, 1).$$

Но и в двата случая секантата на C и C^*, $EF=E^*F^*$ е секанта и на o. Но ако $s_3(C_6)=o$, всяка секанта на C_6 трябва да е външна права на $S_0(C_6)=o$. Това противоречие доказва, че в π_9 6-дъги с $s_3=o$ не съществуват.

Следователно за всяка $C_6 \in \pi_9$, $s_3(C_6)>0$.

2. Да означим точките на C_6 така, че $R \in S_3(C_6)$, т. е. $EF \supset R$. Тъй като π_9 е дезаргова равнина, то всеки четириъгълник и негова диагонална точка можем да доведем чрез колинеация в $ABCD$ и R. Следователно всяка 6-дъга в π_9 е изоморфна с 6-дъга, минаваща през A, B, C, D и за която $R \in S_3(C_6)$.

Като изберем, както в 1., A, B, C, D за координатни върхове, секантата $l=EF$ ще има координати $[1, -1, p]$, където $p \neq 0$, и произволна точка от нея $X(x)=(x, x+p, 1)$.

Ако $l=RQ$, или $l=RP$, то върху секантата l ще лежат две точки от $S_3(C_6)$, т. е. l е диаметър на C_6.

Нека $l\neq RQ$, RP. Тогава точките

$$M_0(p-1)=l\cap PQ,\ M_1(p)=l\cap AS,\ M_2(-1)=l\cap BT,\ M_3(-p-1)$$
$$=l\cap CT,\ M_4(p+1)=l\cap DS$$

са всичките различни и не лежат на страните на $ABCD$. Следователно E и F са някои две от тях.

Лесно се вижда, че ако EF е някоя от двойките M_0M_1, M_0M_4 или M_1M_4, то секантата BC е диаметър на C_6, а ако EF е някоя от двойките M_0M_2, M_0M_3 или M_2M_3, то секантата AD е диаметър на C_6.

В случаите, когато EF е някоя от двойките M_1M_2, M_1M_3, M_2M_4 или M_3M_4, то G_6 няма диаметри.

Ще разгледаме отделно случаите, когато C_6 няма диаметри и когато C_6 има поне един диаметър.

3. Нека C_6 няма диаметри. Тогава тя е изоморфна с някоя от следните 6-дъги:

$$C_{12}=\{A,\ B,\ C,\ D,\ M_1,\ M_2\},$$
$$C_{13}=\{A,\ B,\ C,\ D,\ M_1,\ M_3\},$$
$$C_{24}=\{A,\ B,\ C,\ D,\ M_2,\ M_4\},$$
$$C_{34}=\{A,\ B,\ C,\ D,\ M_3,\ M_4\}.$$

Ще докажем, че всичките тези дъги са изоморфни. Да разгледаме хомологиите

$$\varphi:\begin{cases}\text{център } R\\ \text{ос } PQ\\ A\to D\end{cases},\quad \varphi_1:\begin{cases}\text{център } P\\ \text{ос } QR\\ A\to B\end{cases},\quad \varphi_2:\begin{cases}\text{център } S\\ \text{ос } AD\\ B\to C\end{cases}$$

и колинеациите $\varphi_3=\varphi_1\varphi_2$ и ψ — инволютивната колинеация, която запазва подравнината π_3 на π_9, породена от четириъгълника $ABCD$.

Тези колинеации запазват $\{A,\ B,\ C,\ D\}$ и R и при тях

$$(M_1,\ M_2)_\varphi=M_4,\ M_3,\ (M_1,\ M_3)_\varphi=M_4,\ M_2,$$

а при $p=\pm a$ $(M_1,\ M_2)\varphi_3=M_3,\ M_1$ и при $p=\pm b,\ \pm c$ $(M_1,\ M_2)\varphi_3\psi=M_3,\ M_1$.

Следователно всички 6-дъги, които нямат диаметри, са изоморфни с някоя от дъгите:

$C(p)=\{A,\ B, C, D, E\ (p,\ -p,\ 1), F(-1, p-1, 1)\}$, където $p=\pm a,\ \pm b,\ \pm c$

Нека $L=E(a)B\cap F(a)C$. Като използуваме хомологията τ с център L ос AD, $E(a)\to B$, виждаме, че

$$(C(a))_\psi=C(-a),\ (C(a))_{\tau\varphi}=C(-b),\ (C(a))_{\tau\varphi\psi}=C(c),$$
$$(C(a))_{\tau\varphi\varphi_1}=C(-c),\ (C(a))_{\tau\varphi\varphi_1\psi}=C(b).$$

И така, ако една 6-дъга C_6 няма диаметри, тя е изоморфна на 6-дъгата

$$C(a)=\{A,\ B,\ C,\ D,\ E\ (a,\ -a,\ 1),\ F(-1,\ c,\ 1)\}.$$

Лесно се вижда, че за нея $s_3=3$ и

$$S_3(C)=\{(1,\ 1,\ 0),\ (-1,\ 1,\ 1),\ (0,\ -a,\ 1)\},$$

а множеството S_0 се състои от 7 неколинеарни по три точки:

$G_0=(-a,\ -c,\ 1)$, $G_1=(-a,\ -1,\ 1)$, $G_2=(-b,\ a,\ 1)$, $G_3=(-b,\ -c,\ 1)$, $G_4=(c,\ -1,\ 1)$, $G_5=(c,\ b,\ 1)$, $G_6=(-c,\ b,\ 1)$.]

4. Нека сега C_6 има поне един диаметър. Да означим точките на C_6 така, че $g=PQ$ да бъде диаметър на C_6. Тъй като π_9 е 4 транзитивна, то всеки пълен четириъгълник и негова диагонална права могат да бъдат доведени чрез колинеация в $ABCD$ и g. Следователно всяка 6-дъга в π_9, която има поне един диаметър, е изоморфна с 6-дъга, минаваща през A, B, C, D и имаща g за диаметър.

Да означим с g^* множеството $\{g\}\setminus\{P,\ Q,\ S,\ T\}$. Тогава $E,\ F\in g^*$. Като изберем A, B, C, D за координатни върхове, g ще има координати $[1,\ 1,\ -1]$, а всяка точка $x\in g^*-(1,\ x,\ 1+x)=(x)$, където $x\neq 0,\ \pm 1$. Следователно g^* се състои от точките

$$L(a),\ L_1(-a),\ M(b),\ M_1(-b),\ M_2(c),\ M_3(-c).$$

Нека G е групата на колинеациите, които запазват $\{A,\ B,\ C,\ D\}$ и g Тогава, ако $\alpha\in G$, то $\{P,\ Q\}_\alpha=\{P,\ Q\}$ и $\{S,\ T\}_\alpha=\{S,\ T\}$. Следователно проективните колинеации от G ще индуцират върху g следните три инволюции:

$$\sigma_1:\ (P,\ Q,\ S,\ T)_{\sigma_1}=P,\ Q,\ T,\ S,$$
$$\sigma_2:\ (P,\ Q,\ S,\ T)_{\sigma_2}=Q,\ P,\ S,\ T,$$
$$\sigma_3:\ (P,\ Q,\ S,\ T)_{\sigma_3}=Q,\ P,\ T,\ S.$$

Очевидно $\sigma_i\sigma_j=\sigma_k$, когато i, j, k са различни и проективните колинеации φ_1, φ_2, φ_3 от 3. индуцират върху g съответно σ_1, σ_2, σ_3. Освен тези колинеации G съдържа и непроективната колинеация ψ от 3.

Следователно колинеациите от G преобразуват точките на g^* по следния начин:

$$(L,\ L_1,\ M,\ M_1,\ M_2,\ M_3)_{\varphi_1}=L_1,\ L,\ M_1,\ M,\ M_3,\ M_2,$$
$$(L,\ L_1,\ M,\ M_1,\ M_2,\ M_3)_{\varphi_2}=L_1,\ L,\ M_2,\ M_3,\ M,\ M_1,$$
$$(L,\ L_1,\ M,\ M_1,\ M_2,\ M_3)_{\varphi_3}=L,\ L_1,\ M_3,\ M_2,\ M_1,\ M,$$
$$(L,\ L_1,\ M,\ M_1,\ M_2,\ M_3)_{\psi}=L_1,\ L,\ M_3,\ M_2,\ M_1,\ M.$$

Оттук е ясно, че всички 6-дъги в π_9, които имат поне един диаметър, са изоморфни с една от следните 5 неизоморфни 6-дъги:

$$C^1=\{A,\ B,\ C,\ D,\ L,\ L_1\},$$
$$C^2=\{A,\ B,\ C,\ D,\ L,\ M\},$$

$$C^3=\{A, B, C, D, M, M_1\},$$
$$C^4=\{A, B, C, D, M, M_2\},$$
$$C^5=\{A, B, C, D, M, M_3\}.$$

Нека $N\in g^*$ и $N_1=(N)_{\varphi_1}$ и o е овалът, който минава през A, B, C, D, N. Тъй като PQR е полярен триъгълник за o, то $g\supset N$ е секанта на o и следователно $N_1\in o$. Като вземем пред вид, че $L_1=(L)_{\varphi_1}$ и $M_1=(M)_{\varphi_1}$, заключваме, че само C^1 и C^3 са подсъвкупности на овал.

Да определим сега S_0 и S_3 за всяка една от горните дъги. Означаваме:

$$K_1=AB\cap CE\cap DF,\quad K_2=AF\cap BE\cap CD,\quad K_3=AB\cap CF\cap DE,$$
$$K_4=AE\cap BF\cap CD,\quad K_5=AC\cap BF\cap DE,\quad K_6=AE\cap BD\cap CF,$$
$$K_7=AC\cap BE\cap DF,\quad K_8=AF\cap BD\cap CE,\quad K_9=AP\cap BE\cap CF,$$
$$K_{10}=AD\cap BF\cap CE,\quad K_{11}=AE\cap BC\cap DF,\quad K_{12}=AF\cap BC\cap DE.$$

Ако координатите на E и F са съответно $(1, x, 1+x)$ и $(1, y, 1+y)$, то горните сечения са точки от S_3 при следните условия:

$K_1, K_2\in S_3$ при $y-x=1$, $K_3, K_4\in S_3$ при $y-x=-1$,

$K_5, K_6\in S_3$ при $y-x=xy$, $K_7, K_8\in S_3$ при $y-x=-xy$,

$K_9, K_{10}, K_{11}, K_{12}$ при $xy=1$.

Като използуваме тези условия, лесно получаваме за всяка една от разглежданите 6-дъги:

а) За C^1 $s_3=6$, а диаметрите са AD, BC и g. Тъй като, както видяхме, $C^1\subset o$ и $s_0=4$, то очевидно $s_0=o\setminus C^1$.

б) За C^2 $s_3=4$. Единственият диаметър е g. За множеството $S_0(C^2)$ имаме $s_0=\{N_1, \ldots, N_6\}$, където $N_1=(-1, b, 1)$, $N_2=(-1, c, 1)$, $N_3=(-a, -1, 1)$, $N_4=(-a, c, 1)$, $N_5=(-b, -1, 1)$, $N_6=(-b, b, 1)$. Тъй като при колинеацията φ, определена с $(N_2, N_5, N_6, N_4)\varphi=A, B, C, D$, $(N_1)_\varphi=L$ и $(N_3)_\varphi=L_1$, то $S_0(C^2)$ е 6-дъга, изоморфна с C^1.

в) За C^3 $s_3=2$. Единственият диаметър е g. Тъй като $C^3\subset o$, то за множеството S_0 имаме $S_0=\{N_i\}+\{N_i^*\}$ където $N_i\in o$, а $N_i^*\notin o$. Точките на S_0 имат съответно координати:

$$N_1=(-1, c, 1),\quad N_2=(-a, a, 1),\quad N_3=(-b, -1, 1),\quad N_4=(-c, b, 1),$$
$$N_1^*=(-a, b, 1),\quad N_2^*=(c, a, 1),\quad N_3^*=(c, b, 1),\quad N_4^*=(-c, -b, 1).$$

г) За C^4 $s_3=10$ и следователно C_6 е пълна дъга.

д) За C^5 $s_3=2$. Единственият диаметър е g. За множеството S_0 имаме $S_0=\{N_1, \ldots, N_8\}$, където

$$N_1=(-1, b, 1),\quad N_2=(-1, -c, 1),\quad N_3=(-a, -1, 1),\quad N_4=(a, -1, 1),$$
$$N_5=(a, -b, 1),\quad N_6=(-a, c, 1),\quad N_7=(c, -c, 1),\quad N_8=(-b, b, 1),$$

като N_1, N_3, N_5, N_7 лежат на правата $l_1=[b, -b, 1]$ през E, а N_2, N_4, N_6, N_8 лежат на правата $l_2=[-c, c, 1]$ през F.

5. Да обобщим получените резултати в следната

Теорема. В дезаргова проективна равнина от ред 9 всяка непълна 6-дъга е изоморфна на една от следните 6-дъги, класифицирани според броя на точките на множеството $S_3(C_6)$:

I. $s_3=2$:

а) $C_1=\{A, B, C, D, E(1, b, c), F(1-b, -a)\}$, $C_1\subset o$,

$S_0(C_1)=\{N_i\}\cup\{N_i^*\}$ $(i=1, \ldots, 4)$, като $N_i\in o$, $N_i^*\notin o$;

б) $C_2=\{A, B, C, D, E(1, b, c), F(1, -c, -b)\}$, $C_2\cap o\neq C_2$,

$S_0(C_2)=\{N_i\}$, $N_{2i-1}\not\in l_1\not\in E$, $N_{2i}\not\in l_2\not\in F$, като $i=1, \ldots, 8$.

II. $s_3=3$:

$C_3=\{A, B, C, D, E(a, -a, 1), F(-1, c, 1)\}$

$C_3\cap o\neq c_3$, $S_0(C_3)\subset o$,

III. $s_3=4$:

$C_4=\{A, B, C, D, E(1, a, b), F(1, b, c)\}$,

$C_4\cap o\neq c_4$, $S_0(C_4)\cong C_5$.

IV. $s_3=6$:

$C_5=\{A, B, C, D, E(1, a, b), F(1-a, -c)\}$,

$C_5\subset o$, $S_0(C_5)=o\setminus C_5$.

ЛИТЕРАТУРА

. Dembowski, P.: Finite geometries. Berlin, Springer, 1968.

. Мартинов, Н., Лозанов, Ч.: О полных 6-дугах в дезарговых проективных плоскостях. Сердика, 3, 1977, 106—116.

Постъпила на 28. I. 1977 г.

INCOMPLETE 6-ARCS IN DESARGUESIAN PLANE OF ORDER NINE

Ch. Lozanov

(SUMMARY)

The paper deals with the incomplete 6-arcs in desarguesian plane of order 9. The incomplete 6-arcs are classified according to the number of the points, incident with maximal number of secants of the arc. It is proved that there exist just 5 types of such arcs. The sets of points incident with no secant of the arc are described. The connection between the incomplete 6-arcs and the conics in the plane is obtained.