СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА II

25 март 2018 г.

Тема №1.

Задача 1. Да се реши неравенството:

$$\frac{4x+8}{x^2+5x+6} \geqq 1.$$

Задача 2. Даден е триъгълник ABC, за който $AC = 5$, $BC = 3$ и $CL = 3$, където CL е ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$. Да се намерят периметърът P_{ABC} на триъгълника и дължината на медианата m_c през върха C.

Задача 3. Да се реши уравнението:

$$\sqrt{2x-1} = \sqrt{10-x} - \sqrt{2x+2}.$$

Задача 4. Даден е правоъгълен триъгълник, дължините на страните на който образуват аритметична прогресия и полупериметърът му p е равен на 12. Да се намерят лицето му S и радиусите R и r на описаната и вписаната в триъгълника окръжности.

Задача 5. Да се реши уравнението:

$$\sin x\big(\sqrt{3} - 2\sin x\big) = \cos x\big(1 + 2\cos x\big).$$

Задача 6. Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност k, а с P и φ са означени съответно пресечната точка на диагоналите му AC и BD и ъгълът между тях. Да се намери лицето S на четириъгълника и $\sin\varphi$ при условие, че $AP = 2DP$, $CP = 2AP$ и $BP = AB = 8$.

Задача 7. Триъгълната пирамида $ABCD$ е такава, че $AD = BD = CD$, $AB = 13$, $BC = 5$ и $CA = 12$. През точка P ($P \in BC$, $BP = 1$) е построена равнина λ, успоредна на ръбовете AB и CD. Да се намери лицето на сечението между пирамидата $ABCD$ и равнината λ, ако разстоянието от върха D до равнината ABC е $\dfrac{80}{13}$.

Задача 8. Да се намерят стойностите на реалния параметър a, за които уравнението

$$\log_a 2\big|3|x-5|-9\big| = 2 + 3\log_a 2 + 2\log_a 3$$

има точно два корена.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерирайте всички страници на белова си;*
- *означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *не смесвайте белова и чернова;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!