



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
10 ЮЛИ 2008 г.

ТЕМА 3

Задача 1. Вторият и петият член на геометрична прогресия са съответно равни на 14 и 112. Да се намери сборът на първите 6 члена.

Задача 2. Даден е триъгълник ABC със страни $CA = 3$, $CB = 4$ и ъглополовяща $CL = \frac{12\sqrt{2}}{7}$. Да се намери лицето на триъгълника.

Задача 3 Да се реши уравнението $\frac{1}{x+1} - \frac{7x+4}{(x+1)(x-2)} = 3$.

Задача 4. Даден е равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$) с основа $AB = 21$, бедро $AD = 16$, и диагонал $AC = 19$. Да се намери периметърът на трапеца.

Задача 5. Да се реши уравнението $\sqrt{\sin 3x - \sin x + 2} = \sqrt{2} \sin 2x$.

Задача 6. Даден е ромб $ABCD$ с остър ъгъл при върха A . Окръжността описана около триъгълника ABD пресича диагонала AC в точка P . Ако $AP = 5\sqrt{5}$ и $PC = 3\sqrt{5}$, да се намери радиусът r на окръжността вписана в ромба.

Задача 7. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които неравенството $\frac{x}{ax-1} \geq \frac{2}{x}$ е изпълнено за всяко $x \geq 2$.

Задача 8. Даден е правоъгълник $ABCD$ със страни $AB = 2$ и $BC = 1$. Права през върха C , която не пресича страните на правоъгълника, пресича правите AB и AD съответно в точки P и Q . Да се намери тангенсът на ъгъла APQ , за който отсечката PQ има най-малка дължина.

Задача 9. Дадена е правилна шестоъгълна призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, такава че основният ръб е равен на околния ръб. Да се намери лицето на сечението на равнина α , определена от точките A, B и D_1 с призмата, ако $AB = 1$.

Задача 10. Нека a, b и c са реални числа и $f(x) = x^2 + ax + b$. Ако уравнението $f(x) = 0$ има два различни реални корена, а уравнението $(x^2 - 2x + c)^2 + a(x^2 - 2x + c) + b = 0$ няма реални корени, да се докаже, че $f(c) > 1$.

Време за работа 5 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!