

Изпит по ДИС-2, първа част(теория)-поправка
специалност "Информатика"
1-ви курс, редовно обучение
20.06.2015 година

Име:

фак. номер:

1. (4 точки) Довършете дефиницията:

Несобственият интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ се нарича сходящ, ако

2. (4 точки) Формулирайте необходимото условие на Коши за сходимост на числови редове.

3. (10 точки)(Сравнителен критерий) Нека за редиците с положителни членове $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ е изпълнено, че $a_n \leq 3b_n$ за всяко естествено число $n \geq 2015$. Докажете, че ако редът $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ е разходящ,

то и редът $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ е разходящ.

4. (4 точки) Довършете дефиницията: Редът $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ се нарича абсолютно сходящ, ако

5. (4 точки) Формулирайте критерия на Лайбниц за сходимост на числови редове.

6. (8 точки) Формулирайте критериите на Даламбер и Раабе-Дюамел за сходимост на числови редове с положителни членове.

7. (12 точки) Формулирайте и докажете интегралния критерий за сходимост на числови редове с положителни членове.

8. (4 точки) Довършете дефиницията: R се нарича радиус на сходимост на степенния ред $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, ако

9. (10 точки)(Формула на Коши) Нека $a_n \in \mathbb{R}$ за $n = 0, 1, 2, \dots$ са такива, че $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_{n+1}|} = \frac{1}{2015}$.

Докажете, че радиусът на сходимост на степенния ред $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ е равен на 2015.

10. бонус (10 точки) Коефициентите на Фурие на функцията $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x + x$ в интервала $[-\pi, \pi]$ са:
 $a_0 =$, $a_2 =$, $(n \geq 1)$ $b_n =$.